



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS

UNIDAD ACADÉMICA DE FÍSICA

Viaje a las Estrellas en Agujeros de Gusano

Tesis que presenta

Fernando Favela Rosales

Para obtener el grado de

Licenciado en Física

Directores de Tesis: Dr. Tonatiuh Matos Chassin

Dr. Sinhue Lizandro Hinojosa

Zacatecas, México

Enero, 2007

A mi familia

Agradecimientos

Quiero agradecer profundamente a las siguientes personas, ya que sin ellas este trabajo no hubiera sido posible.

- A mis padres Alfredo Favela y Guadalupe Rosales por todo el apoyo incondicional que me han brindado, ser mis guías durante todos estos años y por todo el cariño que me han dado.
- A cada uno de mis hermanos que han estado a mi lado en las buenas y en las malas y por cada uno de esos momentos de alegría que hemos pasado juntos.
- A mis profesores que siempre han dejado enseñanzas buenas o malas.
- Al Dr. Tonatiuh Matos por toda su hospitalidad en CINVESTAV y la buena relación laboral que hemos tenido.
- Al Dr. Sinhué Hinojosa por sus muy buenas enseñanzas y su apoyo en la coasesoría de esta tesis.
- A Sarayd Limón por ser tan paciente durante las discusiones a lo largo de la realización de este trabajo.
- A las hermanas Tapia Hurtado por su amistad incondicional y su apoyo en el aspecto ortográfico de esta tesis.
- A mis compañeros de licenciatura por todo lo que compartimos a lo largo de estos grandiosos cuatro años.

- A Malú Rodríguez por su hospitalidad en CINVESTAV y su apoyo en los trámites burocráticos.

- Al Conacyt por el apoyo económico brindado en la realización de esta tesis.

Resumen

Los Agujeros de Gusano surgieron poco después de que Einstein publicara su famosa teoría de la relatividad general, no eran conocidos con este nombre pero poco a poco fueron llamando el interés de diferentes físicos como John Wheeler, Kip Thorne y Carl Sagan entre otros, siendo el primero de ellos el que acuñara su nombre actual.

En el presente trabajo abordamos el tema desde una perspectiva cautelosa, tratando de tener fundamento físico en cada uno de los análisis que llevamos a cabo, dado que la mayor parte del tiempo han sido considerados objetos de ciencia ficción. En los primeros capítulos indagamos en la parte histórica y sobre las primeras bases científicas fuertes de los agujeros de gusano, posteriormente exploramos formas alternativas de viajar a velocidades mayores a la de la luz como lo es el *warp drive*. La última parte consiste en la actualidad de los Agujeros de Gusano, concerniente con la energía *phantom* que podría estar llamada a resolver uno de los problemas actuales de la física que es el de la energía oscura y a la vez sustentar estos puentes inter-universales, además de que también se investiga a fondo el más reciente de los Agujeros de Gusano que es el rotante, todo esto con el fin de solucionar uno de sus más conocidos inconvenientes que es el de la inestabilidad.

Índice

1. INTRODUCCIÓN	1
2. EL ARTÍCULO DE MORRIS Y THORNE	5
2.1. Propiedades Deseadas de los Agujeros de Gusano Atravesables	5
2.2. Detalles Matemáticos de los Agujeros de Gusano Atravesables	7
2.2.1. La Métrica	7
2.2.2. Diagrama Inmerso	11
2.2.3. Curvatura	13
2.2.4. Las Ecuaciones de Einstein	14
3. CONDICIONES DE ENERGÍA	19
3.1. Definiciones	19
3.2. Violaciones Conocidas	20
3.2.1. Campos Escalares Clásicos	21
3.2.2. Efecto Casimir	21
3.2.3. Vacío Apretado	22
3.2.4. Evaporación de Hawking	22
4. IMPULSO DE DEFORMACIÓN	25
4.1. El Formalismo ADM	26
4.2. La Métrica	30
4.3. La Geometría	31
4.4. El Viaje	33
4.5. Inconvenientes	35
5. AGUJEROS DE GUSANO DE ENERGÍA FANTASMA	37
5.1. Evidencia de la Energía Oscura	37
5.2. Naturaleza de la Energía Oscura	39

5.3. Modelos de Energía Oscura Fantasma con un Término Cinético Negativo	40
6. AGUJERO DE GUSANO ROTANTE	43
6.1. Ecuaciones de Campo	44
6.2. La Solución Estática	45
6.3. La Solución Rotante	48
6.4. Aspectos Físicos de la Solución	50
6.5. Implicaciones	52
6.6. Estabilidad de las Soluciones	53
7. CONCLUSIONES	55
Bibliografía	57

Índice de figuras

2.1. AG de Morris-Thorne	8
2.2. AG Ejemplo de Morris y Thorne	12
2.3. AG de Schwarzschild	12
2.4. AG inter-universo	17
2.5. AG intra-universo	17
4.1. Warp Drive	32
5.1. Análisis de LSS, Ly α from SDSS, Los datos dorados SNIa y WMAP.	38
6.1. Garganta del AG Rotante	47
6.2. Soluciones Interior y Exterior del AG Rotante	49
6.3. Estabilidad de las Soluciones	53

Capítulo 1

Introducción

Quien podría haber imaginado que después de tantas historias de ciencia ficción, series futuristas y películas con una excelente gala de efectos especiales acerca de viajes en el tiempo o interestelares, hoy en día nos encontraríamos con trabajo serio en física con el objetivo de realizar tales hazañas.

El origen de lo que en física se conoce como **Agujeros de Gusano** (AG de aquí en adelante), aunque no comenzó con este nombre, viene desde 1916, poco después de que Einstein publicara su teoría general de la relatividad. Un físico Vienés desconocido, llamado Ludwig Flamm, se fijó en el agujero negro más simple: el agujero negro Schwarzschild, y descubrió que las ecuaciones de Einstein permitían una segunda solución, ahora conocida como agujero blanco, que se encuentra conectado a la entrada del agujero negro por un conducto de espacio tiempo. La “entrada” del agujero negro y la “salida” del agujero blanco pueden estar en diferentes partes del mismo universo o en diferentes universos.

Posteriormente, Albert Einstein y su colega Nathan Rosen, publicaron un artículo de título *El Problema de la Partícula en la Teoría General de la Relatividad*, el cual intentaba construir un modelo geométrico de una “partícula” física elemental. El modelo involucraba la representación matemática del espacio físico por un espacio de dos hojas idénticas. La partícula era representada por un “puente” conectando esas dos hojas. Otra característica que aparecía en ese artículo era la inclusión de una densidad de energía negativa, lo que hoy en día aun parece difícil de concebir. Por

supuesto el modelo que Einstein y Rosen construyeron fué considerado un fallo, pero la manera en que ellos fallaron fué interesante y presagió muchas de las ideas que actualmente se utilizan en la física de AG.

El nombre AG proviene de la siguiente analogía usada para explicar el fenómeno: imagina que el universo es la superficie de una manzana, y un gusano esta viajando sobre su superficie. La distancia de un lado de la manzana a otro es igual a la mitad de la circunferencia de la manzana si el gusano se queda en la superficie. Pero si en lugar de ello el gusano excava directamente a través de la manzana, la distancia que debe viajar es considerablemente menor.

Los AG entran en al menos dos clases:

- 1.-AG inter-universo, que conectan nuestro universo con “otro” universo.
- 2.-AG intra-universo, que conecta dos regiones distantes de nuestro universo entre sí.

La diferencia entre estas dos clases de AG radica solo a el nivel de geometría global y topología global. La física global, cerca de la garganta del AG, es insensitiva a tópicos de viajes intra e inter universales, esto es, un observador confinado a hacer mediciones locales en la vecindad del AG no sería capaz de decir si él/ella/eso estuvo viajando a otro universo o a una parte distante de nuestro universo. Para propósitos de cálculos esto es una ventaja; uno se puede concentrar en el comportamiento global cerca de la garganta del AG y no preocuparse acerca de cosas globales hasta más tarde. El resultado campeón de tales cálculos (título defendido por Morris y Thorne) es que los AG son descritos por física “plausible”.

Los AG fueron presentados al público no especializado en los problemas de la física teórica relativista, cuando Carl Sagan publicó su novela *Contact*. Sagan estaba decidido a mostrar un método plausible para moverse a velocidades mayores que la de la luz y consultó con astrofísicos teóricos sobre el problema. En su novela, Carl Sagan presenta a la astrónoma Ellie Arroway viajando por un AG por el cual puede visitar varios lugares de nuestra galaxia, un viaje que le tomó tan solo algunas décimas de segundo. En su tiempo propio, tiempo que mediría si llevase un reloj consigo, la astrónoma había viajado varias horas, pero para los observadores externos el viaje había sido casi

instantáneo, un efecto típico de la relatividad general, un sueño fascinante.

Los modelos sobre los AG existían desde hace tiempo, pero el consenso general era que estos objetos tenían varios problemas: Primero, se creía que los AG eran extremadamente inestables, y una vez creados tenderían a colapsarse antes de poder enviar cualquier mensaje o viajero a través de ellos. Segundo, los AG conocidos tenían un garganta muy pequeña, en la que sólo podía pasar una partícula elemental, imposible para el paso de un viajero. Tercero, este AG está dentro de un horizonte, por lo que las fuerzas de marea del agujero negro, las fuerzas gravitacionales, son tan gigantes que destruirían a cualquier nave o viajero que se acercara al horizonte. Estos problemas convertían a los AG en especulaciones teóricas, casi sin sentido. Por esta razón los físicos consideraban a los AG como entes sin interés realista, y permanecieron casi olvidados por la comunidad científica.

Después de la novela de Carl Sagan, el físico Kip Thorne del Instituto de Tecnología en California y sus estudiantes de doctorado Michael Morris y Ulvi Yurtsever intentaron demostrar que el AG descrito en la novela de Sagan no tenía sentido físico y estudiaron las condiciones necesarias para que un ente así pudiera ser descrito por la teoría general de la relatividad. En una serie de artículos, describieron cómo crear un AG estable (evitando su colapso), con una garganta suficientemente ancha para que un objeto de dimensiones considerables pudiera pasar a través de ella y sin fuerzas de marea. Su sorpresa fue que esto sí era posible e incluso demostraron que estos AG al mismo tiempo pueden ser usados como máquinas del tiempo, sólo tenían un defecto: la materia que los originaba tenía densidad de energía negativa.

Capítulo 2

El Artículo de Morris y Thorne

El gran cambio en el consentimiento de los físicos hacia los AG vino con la idea propuesta por parte de Morris y Thorne de que -en principio- se pueden crear AG “atravesables”. La palabra “atravesable” es utilizada para indicar que un humano podría de manera segura viajar a través del AG en un tiempo razonable y regresar con buenas noticias. Ellos fueron alentados a trabajar en el tema en el verano de 1985, cuando Carl Sagan les envió el borrador de su novela *Contact* y les pidió asistencia en el aspecto gravitacional, para que éste fuera lo más exacto posible. A continuación se desarrolla de manera sintetizada lo que es considerado **El Renacimiento** de los AG.

2.1. Propiedades Deseadas de los Agujeros de Gusano Atravesables

Las propiedades que debe tener un AG para ser atravesable juegan un papel preponderante por lo que a continuación las enumeramos:

(1) La métrica debe ser tanto esféricamente simétrica y estática (independiente del tiempo). Este requerimiento es impuesto solo para simplificar los cálculos, se debe tener en mente que el AG podría ser inestable a perturbaciones esféricas o no esféricas.

(2) La solución debe obedecer la ecuaciones de Einstein. Se asume la correctitud de la teoría de la relatividad general.

(3) No debe haber horizonte, dado que si esta presente prevendría el viaje ida y vuelta a través del AG.

(4) Las fuerzas de marea (inhomogeneidades de la gravedad) experimentadas por el viajero deben ser tolerantemente pequeñas.

(5) Un viajero debe ser capaz de cruzar a través del AG en un tiempo finito, en un tiempo propio razonablemente pequeño (e.g., menos de un año) medido no solo por él, sino también por observadores quienes lo esperen fuera del AG.

(6) La materia y los campos que generen la curvatura del espacio-tiempo del AG deben tener un tensor stress-energía físicamente razonable.

(7) La solución debe ser perturbablemente estable (especialmente si una nave pasa a través de AG).

Restringir la atención sobre las soluciones a las ecuaciones de Einstein que no contienen singularidades es una tarea difícil. La forma tradicional de proceder es escogiendo un Lagrangiano para los campos que uno supone proveen el espacio-tiempo del AG. Uno debe calcular entonces el tensor stress-energía y resolver las ecuaciones de campo. Finalmente, se verifica si hay presencia de singularidades en la solución obtenida. Todos los intentos en seguir el método anterior tienen dificultades en cumplir con las propiedades deseadas de los AG antes mencionadas.

Morris y Thorne se dieron cuenta de que el análisis se simplifica radicalmente si se adopta una visión desde la perspectiva de la ingeniería. Se asume la existencia de una geometría interesante y convenientemente bien comportada. Entonces se calcula el tensor de Riemann asociado con esta geometría y se usan las ecuaciones de Einstein para deducir que distribución de stress-energía debería ser. Finalmente uno se pregunta: ¿Es la distribución de stress-energía físicamente razonable?

La respuesta es que la distribución cerca de la garganta del AG es ciertamente peculiar, pero esto no parece ser incompatible con la física conocida. Técnicamente, veremos que la materia cerca de la garganta del AG viola la así llamada condición de energía nula. Los AG atravesables también violan las condiciones de energía débil, fuerte y dominante. Más adelante se mostrarán las definiciones precisas de tales condiciones.

2.2. Detalles Matemáticos de los Agujeros de Gusano Atravesables

2.2.1. La Métrica

Para mantener un análisis tratable, Morris y Thorne asumieron que los AG fueran independientes del tiempo (estáticos), no rotantes y puentes esféricamente simétricos entre dos universos. Sea l la distancia radial propia. Entonces sin pérdida de generalidad la métrica puede ser puesta en la forma (convención $c = 1$ a lo largo de todo el trabajo excepto Cap.4)

$$ds^2 = -e^{2\phi(l)} dt^2 + dl^2 + r^2(l)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (2.1)$$

La coordenada l cubre el rango entero $(-\infty, +\infty)$. La ausencia asumida del horizonte de eventos implica que $\phi(l)$ debe ser finito en todos lados. Las dos regiones asintóticamente planas ocurren en $l \approx \pm\infty$. Para que la geometría espacial tienda a un límite asintóticamente plano adecuado debemos imponer

$$\lim_{l \rightarrow \pm\infty} \frac{r(l)}{|l|} = 1 \quad (2.2)$$

esto es $r(l) = |l| + O(1)$. Para que la geometría espacial tienda a un límite asintóticamente plano adecuado, ambos límites

$$\lim_{l \rightarrow \pm\infty} \phi(l) = \phi_{\pm} \quad (2.3)$$

deben ser finitos. El radio de la garganta del AG esta definido como

$$r_0 = \min(r(l)). \quad (2.4)$$

Por simplicidad uno podría asumir que hay solo un mínimo y que es un mínimo aislado. Generalizar este punto es sencillo. Sin pérdida de generalidad, podemos tomar esta garganta en $l = 0$. Los componentes de la métrica deberán contener segundas derivadas de l .

Uno podría perfectamente calcular los tensores de Riemann, Ricci y Einstein usando este sistema de coordenadas. Los resultados no son los mas manejables, resulta ser mas eficiente adoptar

las coordenadas de Schwarzschild, y reparametrizar la dependencia funcional de la métrica para obtener expresiones más simples.

En las coordenadas de Schwarzschild (t, r, θ, φ)

$$ds^2 = -e^{2\phi_{\pm}(r)} dt^2 + \frac{dr^2}{1 - b_{\pm}(r)/r} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (2.5)$$

Dos parches coordenados son requeridos, cada uno cubriendo el rango $[r_0, +\infty)$, cada uno de los parches cubre un universo, y los dos parches se juntan en r_0 , la garganta del AG. Por conveniencia pediremos que la coordenada t sea continua a través de la garganta, así que $\phi_+(r_0) = \phi_-(r_0)$, ahora las dos funciones arbitrarias $\phi(l)$ y $r(l)$ han sido divididas en cuatro funciones arbitrarias $\phi_{\pm}(r)$ y $b_{\pm}(r)$. Esto no es un incremento en generalidad dado que los dominios de estas funciones han sido repartidos. La función $\phi(r)$ es llamada la función de corrimiento al rojo, mientras que $b(r)$ es la función de forma.

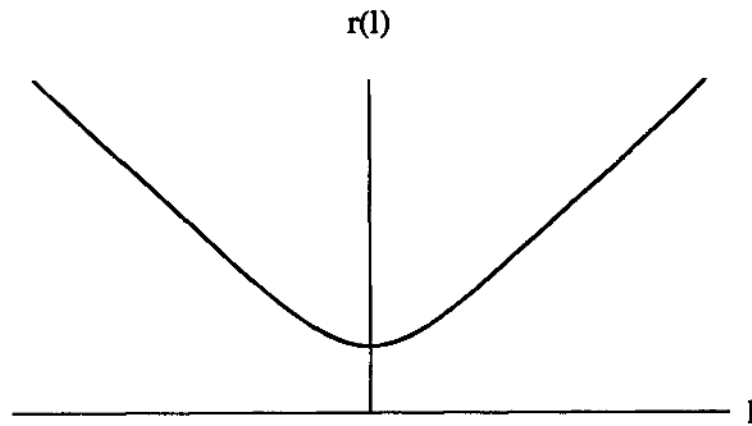


Figura 2.1: La garganta del AG esta en la distancia radial igual a cero, y el radio del AG es diferente de cero en la garganta.

La distancia propia radial esta relacionada a la coordenada r por

$$l(r) = \pm \int_{r_0}^r \frac{dr'}{\sqrt{1 - b_{\pm}(r')/r'}} \quad (2.6)$$

Para que la geometría espacial tienda a un límite apropiado asintóticamente plano se requiere que los límites

$$\lim_{r \rightarrow \infty} b_{\pm}(r) = b_{\pm} \quad (2.7)$$

sean finitos. Por comparación con la métrica de Schwarzschild esto implica que la masa del AG, visto desde el infinito espacial, esta dada por $b_{\pm} = 2GM_{\pm}$. Nótese que la masa del AG esta permitida a ser diferente dependiendo de cual universo es donde esta el observador. Dicho de otra manera, las dos bocas del mismo AG pueden en general tener masas diferentes. Ahora, para que la geometría del espacio-tiempo tienda a un límite plano ambos límites

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \phi(r) = \phi_{\pm} \quad (2.8)$$

deben existir y ser finitos. Nótese que no hay un requerimiento a priori que $\phi_{+}(\infty) = \phi_{-}(\infty)$. Esto implica que el tiempo puede fluir de manera diferente en los dos universos.

Dado que $dr/dl = 0$ en la garganta del AG (la garganta fué definida por la posición del mínimo de $r(l)$), debemos tener $dl/dr \rightarrow \infty$ en la garganta lo que implica $b_{\pm} = r_0$, luego lejos de la garganta del AG $b_{\pm} < r$. Por simplicidad uno podría desear en ocasiones asumir simetría bajo intercambio de regiones asintóticamente planas ($\pm \leftrightarrow \mp$). Esto es $b_{+}(r) = b_{-}(r)$ y $\phi_{+}(r) = \phi_{-}(r)$. Este requerimiento no es esencial para la definición de un agujero de gusano atravesable.

El comportamiento de las funciones de forma y corrimiento al rojo en la garganta misma es particularmente informativo. Nótese que

$$\frac{dr}{dl} = \pm \sqrt{1 - \frac{b}{r}} \quad (2.9)$$

Ahora

$$\frac{d^2 r}{dl^2} = \frac{d}{dl} \left(\frac{dr}{dl} \right) = \frac{dr}{dl} \frac{d}{dr} \left(\frac{dr}{dl} \right) = \frac{1}{2} \frac{d}{dr} \left[\left(\frac{dr}{dl} \right)^2 \right] \quad (2.10)$$

Esto nos lleva a

$$\frac{dr^2}{dl^2} = \frac{1}{2r} \left(\frac{b}{r} - b' \right) \quad (2.11)$$

Dado que $r(l)$ es un mínimo en la garganta y crece conforme uno se aleja de la garganta, se deduce

$$\exists r_* | \forall r \in (r_0, r_*), \quad \frac{d^2 r}{dl^2} > 0 \quad (2.12)$$

r_* podría ser en principio tan grande como $+\infty$. Sin embargo, típicamente el punto r_* estará “cerca” de la garganta r_0 . Se deduce

$$\exists r_* | \forall r \in (r_0, r_*), \quad b'(r) < \frac{b(r)}{r} \quad (2.13)$$

En la garganta misma, $b(r_0) = r_0$ así que la ecuación (2.10) se simplifica a

$$\left. \frac{d^2 r}{dl^2} \right|_{r_0} = \frac{1}{2r_0} (1 - b'_+(r_0)) = \frac{1}{2r_0} (1 - b'_-(r_0)) \quad (2.14)$$

Esto implica que en la garganta

$$b'_+(r_0) = b'_-(r_0) \quad (2.15)$$

Además, dado que $r(l)$ es un mínimo en la garganta, uno también conoce que

$$\left. \frac{d^2 r}{dl^2} \right|_{r_0} \geq 0 \quad (2.16)$$

de donde obtenemos las desigualdad

$$b'_\pm(r_0) \leq 1 \quad (2.17)$$

Este último resultado pudo haber sido deducido también por medios gráficos. Sabemos que $b_\pm(r) \rightarrow 2GM_\pm$ conforme $r \rightarrow \infty$, y que $b_\pm(r) < r$ lejos de la garganta. Recordando que la garganta es el

primer y único lugar donde $b_+(r_0) = r_0 = b_-(r_0)$.

Aplicando consideraciones similares a la función corrimiento al rojo. Tenemos

$$\frac{d\phi}{dl} = \frac{dr}{dl} \left(\frac{d\phi}{dr} \right) = \sqrt{1 - \frac{b}{r}} \phi' \quad (2.18)$$

Así que

$$\begin{aligned} \frac{d^2\phi}{dl^2} &= \sqrt{1 - \frac{b}{r}} \frac{d}{dr} \left(\sqrt{1 - \frac{b}{r}} \phi' \right) \\ &= \left(1 - \frac{b}{r} \right) \phi'' + \frac{1}{2r} \left(\frac{b}{r} - b' \right) \phi' \end{aligned} \quad (2.19)$$

Evaluando esto en la garganta

$$\left. \frac{d^2\phi}{dl^2} \right|_{r_0} = \frac{1}{2r_0} [1 - b'_+(r_0)] \phi'_+(r_0) = \frac{1}{2r_0} [1 - b'_-(r_0)] \phi'_-(r_0) \quad (2.20)$$

lo cual implica

$$\phi'_+(r_0) = \phi'_-(r_0) \quad (2.21)$$

2.2.2. Diagrama Inmerso

Este parece ser un buen momento para dar paso a la explicación de donde provienen los diagramas de los AG y para llegar a esa meta consideramos que obtenerlos para diferentes métricas es una buena manera de entender el proceso.

Sea

$$ds^2 = -dt^2 + dl^2 + (b_0^2 + l^2)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \quad (2.22)$$

donde las coordenadas tienen los rangos $-\infty < t < +\infty$, $-\infty < l < +\infty$, $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ y b_0 es una constante.

Usando coordenadas cilíndricas (z, r, φ) en el espacio inmerso, tenemos $ds^2 = dz^2 + dr^2 + r^2 d\varphi^2$, con l y r relacionados de esta forma $r^2 = b_0^2 + l^2$

Para obtener el diagrama aplicamos las condiciones $\theta = \pi/2$, $t = \text{constante}$, lo que nos proporciona

$$ds^2 = dl^2 + (b_0^2 + l^2)d\varphi^2 = dz^2 + dr^2 + r^2d\varphi^2 \quad (2.23)$$

de donde

$$dl^2 = dz^2 + dr^2 \quad (2.24)$$

o bien

$$\left(\frac{dl}{dr}\right)^2 = \left(\frac{dz}{dr}\right)^2 + 1 \quad (2.25)$$

pero de la relación antes mencionada entre l y r podemos obtener

$$\left(\frac{dl}{dr}\right)^2 = \frac{r^2}{r^2 - b_0^2} \quad (2.26)$$

lo cual al ser sustituido en (2.25) nos brinda la relación a ser integrada

$$\frac{dz}{dr} = \pm \frac{b_0}{\sqrt{r^2 - b_0^2}} \quad (2.27)$$

que finalmente nos proporciona

$$z = \pm b_0 \text{Ln} \left(\frac{r}{b_0} + \sqrt{\left(\frac{r}{b_0}\right)^2 - 1} \right) \quad (2.28)$$

que se puede apreciar en Fig(2.2).

Siguiendo el mismo procedimiento para la métrica de Schwarzschild

$$ds^2 = -(1 - r_s/r)dt^2 + (1 - r_s/r)^{-1} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \quad (2.29)$$

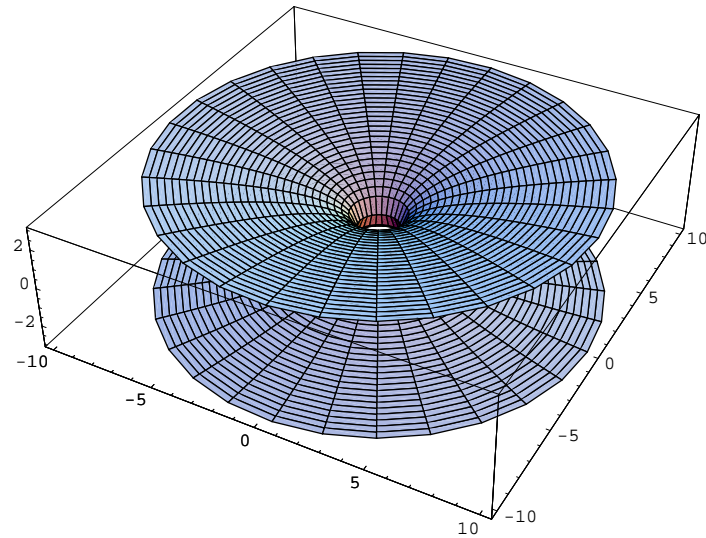


Figura 2.2: Garganta del AG obtenida con $b_0 = 1$

donde r_s es el radio de Schwarzschild, obtenemos la función

$$z = \pm 2r_s \sqrt{\frac{r}{r_s} - 1} \quad (2.30)$$

la forma de esta garganta puede ser apreciada en Fig(2.3). ahora podemos continuar con el análisis de los aspectos matemáticos de los AG.

2.2.3. Curvatura

Utilizando la “fuerza bruta” calculamos los tensores de Riemann, Ricci y Einstein. Por el momento suprimimos los subíndices \pm que son usados para especificar en cual lado del AG se está. Los resultados son presentados utilizando el “marco de referencia propio”, esto es, un conjunto de observadores quienes permanecen siempre en reposo en el sistema de coordenadas $(r, \theta, \phi, \text{constante})$ ya que simplifica los resultados de manera significativa. A continuación presentamos las expresiones

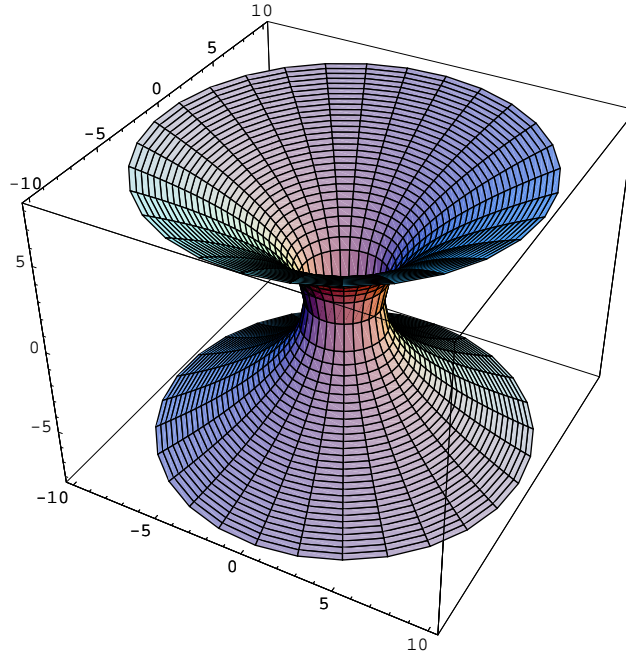


Figura 2.3: Garganta del AG obtenida con $r_s = 2$

que relacionan ambos sistemas coordenados:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e}_{\hat{t}} &= e^{-\phi} \mathbf{e}_t, & \mathbf{e}_{\hat{r}} &= (1 - b/r)^{1/2} \mathbf{e}_r, \\
 \mathbf{e}_{\hat{\theta}} &= r^{-1} \mathbf{e}_\theta, & \mathbf{e}_{\hat{\varphi}} &= (r \sin \theta)^{-1} \mathbf{e}_\varphi
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

Los componentes del tensor de Riemann son

$$\begin{aligned}
 R^{\hat{t}}_{\hat{r}\hat{t}\hat{r}} &= \left(1 - \frac{b}{r}\right) [-\phi'' - (\phi')^2] + \frac{1}{2r^2} (b'r - b)\phi', \\
 R^{\hat{t}}_{\hat{\theta}\hat{t}\hat{\theta}} &= R^{\hat{t}}_{\hat{\varphi}\hat{t}\hat{\varphi}} = -\left(1 - \frac{b}{r}\right) \frac{\phi'}{r}, \\
 R^{\hat{r}}_{\hat{\theta}\hat{r}\hat{\theta}} &= R^{\hat{r}}_{\hat{\varphi}\hat{r}\hat{\varphi}} = \frac{1}{2r^3} (b'r - b), \\
 R^{\hat{\theta}}_{\hat{\varphi}\hat{\theta}\hat{\varphi}} &= \frac{b}{r^3}
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Todos los otros componentes del tensor de Riemann, excepto aquellos que están relacionados a los anteriores por simetría, son cero.

Ahora las componentes del Tensor de Einstein que son diferentes de cero son

$$\begin{aligned}
 G_{\hat{t}\hat{t}} &= \frac{b'}{r^2}, \\
 G_{\hat{r}\hat{r}} &= -\frac{b}{r^3} + 2\left(1 - \frac{b}{r}\right)\frac{\phi'}{r}, \\
 G_{\hat{\theta}\hat{\theta}} = G_{\hat{\varphi}\hat{\varphi}} &= \left(1 - \frac{b}{r}\right)\left[\phi'' + \phi'\left(\phi' + \frac{1}{r}\right)\right] - \frac{1}{2r^2}[b'r - b]\left(\phi' + \frac{1}{r}\right)
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

Evaluando el tensor de Riemann en la garganta,

$$\begin{aligned}
 R_{\hat{r}\hat{t}\hat{t}\hat{r}}\Big|_{r_0} &= -\frac{1}{2r_0}[1 - b'(r_0)]\phi'(r_0), \\
 R_{\hat{\theta}\hat{r}\hat{r}\hat{\theta}}\Big|_{r_0} = R_{\hat{\varphi}\hat{r}\hat{r}\hat{\varphi}}\Big|_{r_0} &= -\frac{1}{2r_0^2}[1 - b'(r_0)], \\
 R_{\hat{\varphi}\hat{\theta}\hat{\theta}\hat{\varphi}}\Big|_{r_0} &= \frac{1}{r_0^2}
 \end{aligned} \tag{2.34}$$

Aquí también todas las otras componentes del tensor de Riemann, excepto las que se relacionan por simetría, son cero. Debido a las condiciones de continuidad aplicadas a b_{\pm} y ϕ'_{\pm} en la garganta, no tenemos que distinguir el b_{\pm} y ϕ_{\pm} en las fórmulas anteriores. Los componentes del tensor de Riemann son continuos a través de la garganta, como es requerido. El resultado análogo para el tensor de Einstein es

$$\begin{aligned}
 G_{\hat{t}\hat{t}}\Big|_{r_0} &= \frac{b'(r_0)}{r_0^2}, \\
 G_{\hat{r}\hat{r}}\Big|_{r_0} &= -\frac{1}{r_0^2}, \\
 G_{\hat{\theta}\hat{\theta}}\Big|_{r_0} = G_{\hat{\varphi}\hat{\varphi}}\Big|_{r_0} &= \frac{1 - b'(r_0)}{2r_0}\left(\phi' + \frac{1}{r_0}\right)
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

2.2.4. Las Ecuaciones de Einstein

El teorema de Birkhoff nos dice que solo una especie de AG *vacuum* esférico es permitido por las ecuaciones de Einstein: un (no atravesable) AG de Schwarzschild. Así un AG atravesable debe estar compuesto por materia o campos con un tensor stress-energía diferente de cero (no vacío).

Entonces tenemos

$$T_{\hat{t}\hat{t}} = \rho(r), \quad T_{\hat{r}\hat{r}} = -\tau(r), \quad T_{\hat{\theta}\hat{\theta}} = T_{\hat{\phi}\hat{\phi}} = p(r) \quad (2.36)$$

donde $\rho(r)$ es la densidad total de masa-energía (g/cm^3), $\tau(r)$ es la tensión por unidad de área que se mide en dirección radial (i.e., es el negativo de la presión radial y tiene unidades dyn/cm^2), y $p(r)$ es la presión (en dyn/cm^2) que se mide en direcciones laterales (direcciones ortogonales a la radial). Todas las otras componentes del tensor stress-energía son cero por la simetría esférica asumida. Las ecuaciones de Einstein, $G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$, nos producen

$$\rho = \frac{b'}{8\pi G r^2} \quad (2.37)$$

$$\tau = \frac{1}{8\pi G} \left[\frac{b}{r^3} - 2 \left(1 - \frac{b}{r} \right) \frac{\phi'}{r} \right] \quad (2.38)$$

$$p = \frac{1}{8\pi G} \left[\left(1 - \frac{b}{r} \right) \left[\phi'' + \phi' \left(\phi' + \frac{1}{r} \right) \right] - \frac{1}{2r^2} (b'r - b) \left(\phi' + \frac{1}{r} \right) \right] \quad (2.39)$$

Un reacomodo conveniente es

$$b' = 8\pi G \rho r^2 \quad (2.40)$$

$$\phi' = \frac{b - 8\pi G \tau r^3}{2r^2(1 - b/r)} \quad (2.41)$$

$$\tau' = (\rho - \tau)\phi' - 2(p + \tau)/r \quad (2.42)$$

La primera ecuación de Einstein es fácilmente integrada y nos brinda el siguiente resultado

$$b(r) = b(r_0) + \int_{r_0}^r 8\pi G \rho(r') r'^2 dr' = 2Gm(r) \quad (2.43)$$

donde hemos definido

$$m(r) \equiv (r_0/2G) + \int_{r_0}^r 4\pi \rho r^2 dr \quad (2.44)$$

como la masa efectiva dentro del radio r . La función forma así tiene una interpretación muy directa en términos de la distribución de masa dentro del AG. Nótese que conforme uno se mueve al infinito

espacial

$$\lim_{r \rightarrow \infty} m(r) = \frac{r_0}{2G} + \int_{r_0}^{\infty} 4\pi\rho(r)r^2 dr = M \quad (2.45)$$

En la garganta misma

$$\rho|_{r_0} = \frac{b'(r_0)}{8\pi Gr_0^2} \quad (2.46)$$

$$\tau|_{r_0} = \frac{1}{8\pi Gr_0^2} \quad (2.47)$$

$$p|_{r_0} = \frac{1 - b'(r_0)}{16\pi Gr_0} \left(\phi' + \frac{1}{r_0} \right) \quad (2.48)$$

Recordando la desigualdad (2.13), la función masa satisface

$$\exists r_* \mid \forall r \in (r_0, r_*), \quad \rho(r) < \frac{m(r)}{4\pi r^3} \quad (2.49)$$

En la garganta misma

$$\rho(r_0) \leq \frac{1}{8\pi Gr_0^2} \quad (2.50)$$

Las primeras dos ecuaciones de Einstein pueden ser combinadas para dar

$$\begin{aligned} 8\pi G(\rho - \tau) &= \frac{1}{r^2} \left(b' - \frac{b}{r} \right) + 2 \left(1 - \frac{b}{r} \right) \frac{\phi'}{r} \\ &= -\frac{1}{r} \left[\left(1 - \frac{b}{r} \right)' - \frac{2\phi'}{r} \left(1 - \frac{b}{r} \right) \right] \\ &= -\frac{e^{2\phi}}{r} \left[e^{-2\phi} \left(1 - \frac{b}{r} \right) \right]' \end{aligned} \quad (2.51)$$

Pero sabemos que

$$e^{-2\phi} \left(1 - \frac{b}{r} \right) \Big|_{r_0} = 0 \quad (2.52)$$

mientras

$$\forall r > r_0, \quad e^{-2\phi} \left(1 - \frac{b}{r} \right) > 0 \quad (2.53)$$

Por lo tanto

$$\exists \tilde{r}_* | \forall r \in (r_0, \tilde{r}_*), \quad \left[e^{-2\phi} \left(1 - \frac{b}{r} \right) \right]' > 0 \quad (2.54)$$

En principio \tilde{r}_* podrá ser tan grande como $+\infty$. Sin embargo, típicamente el punto \tilde{r}_* estará “cerca” de la garganta r_0 . Uno deduce que

$$\exists \tilde{r}_* | \forall r \in (r_0, \tilde{r}_*), \quad (\rho - \tau) < 0 \quad (2.55)$$

Trabajando en la garganta misma resulta en una desigualdad. De

$$\left[e^{-2\phi} \left(1 - \frac{b}{r} \right) \right]' \Big|_{r_0} \geq 0 \quad (2.56)$$

uno deduce

$$[\rho(r_0) - \tau(r_0)] \leq 0 \quad (2.57)$$

Esta desigualdad será central para nuestra discusión de las condiciones de energía. Por simplicidad

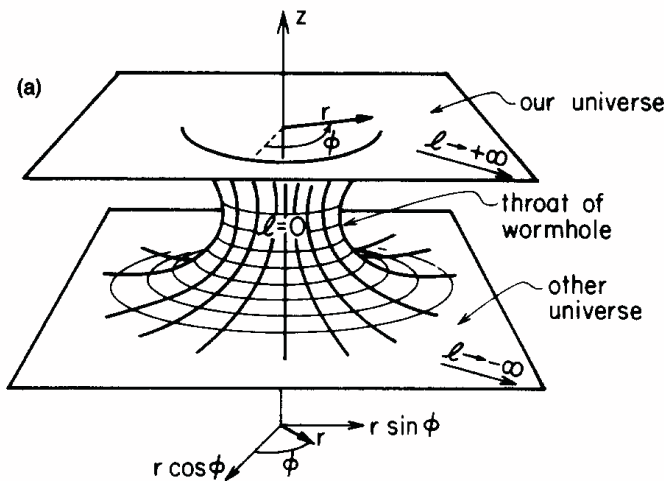


Figura 2.4: Figura de un AG inter-universo, esto es, un AG que conecta nuestro universo con “otro” universo

la discusión se ha llevado a cabo en términos de un AG inter-universo, Fig(2.4).

Sin embargo, dado que ambas bocas del AG están en regiones asintóticamente planas del espacio-

tiempo uno puede, con distorsión mínima de las bocas, recomodarlas para que estén en una región asintóticamente plana. Esto produciría un AG atravesable intra-universo, Fig(2.5). Los AG intra-

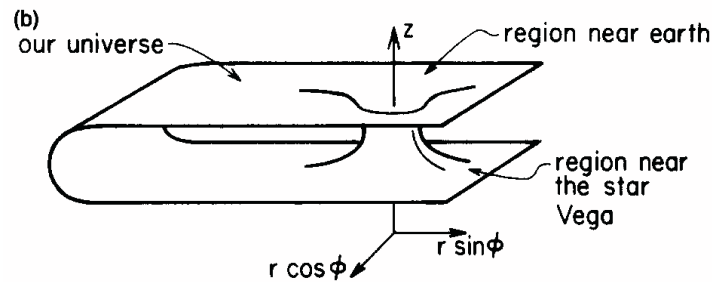


Figura 2.5: Figura de un AG intra-universo, o bien, un AG que conecta dos regiones distantes de nuestro universo

universo llevan a niveles adicionales de complicación:

-Si el tiempo transcurre de manera diferente en las dos regiones asintóticamente planas del AG inter-universo, el AG intra-universo asociado tiene un campo gravitacional no-conservativo.

-Cuando se juntan las dos regiones asintóticamente planas, uno podría siempre agregar torsión, y con lo cual generar un espacio-tiempo no orientable. Espacios-tiempo no orientables son perfectamente aceptables a nivel clásico (partículas clásicas siguiendo geodésicas), pero son problemáticos al nivel cuántico.

Capítulo 3

Condiciones de Energía

3.1. Definiciones

Hay al menos siete tipos de condiciones de energía normalmente considerados en relatividad general clásica. Estas son: la nula, débil, fuerte y dominante, y las condiciones de energía promediadas: nula, débil y fuerte. Pero aquí solo daremos una breve descripción de las cuatro primeras ya que son fundamentales para la postulación de posibles fuentes de sustentación de los AG.

En un marco ortonormal adecuado, las componentes del tensor stress-energía están dadas por

$$T^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_3 \end{bmatrix}$$

Estas componentes son la densidad de energía y las tres presiones principales.

Comencemos con la condición de energía nula la cual se expresa de la siguiente manera:

$$\rho + p_j \leq 0$$

donde ρ es la densidad de energía, que incluye todos los tipos, y p_j son las presiones principales.

La condición de energía débil matemáticamente se expresa de la siguiente manera

$$\rho \geq 0$$

esencialmente dice que la densidad de energía local es definida positiva; i.e., cada observador local mide una masa positiva.

La condición de energía fuerte

$$\rho + \sum_j p_j \geq 0$$

cuando es acoplada a la geometría del espacio-tiempo vía ecuaciones de Einstein. Básicamente dice que la gravedad es siempre una fuerza atractiva. Sin embargo, una violación de esta condición es justamente la energía oscura del universo, que representa el 73 % de la materia del universo.

Como su nombre implica, la condición de energía débil es una condición mucho más débil a imponer sobre el espacio-tiempo que la condición de energía fuerte.

Por último, la condición de energía dominante dice que la densidad de energía medida localmente es siempre positiva. La condición de energía dominante implica la condición de energía débil, y de este modo también la condición de energía nula, pero no necesariamente la condición de energía fuerte.

Estas condiciones de energía serían violadas por materia con densidad de energía negativa, pero son el fundamento clave de un número de teoremas importantes, como el “teorema de la masa positiva”, el cual dice que objetos hechos de materia que satisface la condición de energía dominante nunca pueden ser antigravitantes (no puede repeler otros cuerpos gravitacionalmente).

3.2. Violaciones Conocidas

En la actualidad se conoce que muchos sistemas físicos, tanto de manera teórica como experimental que violan una o más de las condiciones de energía.

3.2.1. Campos Escalares Clásicos

La más trivial de las violaciones de las condiciones de energía es cuando se considera el campo escalar masivo mínimamente-acoplado libre clásico descrito por la densidad Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + \frac{1}{2}m^2\phi^2 \quad (3.1)$$

Todas las condiciones de energía con excepción de la condición de energía fuerte se satisfacen por este simple sistema clásico. Ejemplos físicos de sistemas descritos por tales Lagrangianas escalares son el campo pión y el campo de Higgs. El pion no es una partícula elemental, mientras que el escalar de Higgs no ha sido visto experimentalmente.

3.2.2. Efecto Casimir

Una manera teórica de producir una densidad de energía negativa es mediante el efecto casimir. Hoy en día sabemos que el espacio vacío realmente no existe, en su más mínima escala el universo no está vacío sino que hierve con violentas fluctuaciones de formación de partículas elementales. Por otro lado, sabemos que existe una dualidad entre partículas y ondas, a cada partícula se le asocia una longitud de onda y a una se le pueden asociar propiedades de partículas. Podemos diseñar una región donde algunas partículas no “quepan”, tomando la región más pequeña que la longitud de onda de las partículas, entonces se puede llevar a cabo el siguiente experimento: podemos imaginar un espacio vacío en donde se ponen dos placas paralelas tan cerca que la longitud de onda de algunas partículas es mayor que la distancia de separación entre las placas, entonces fuera de las placas el valor esperado del vacío es cero, pero dentro de las placas este valor será menor que cero ya que habrá menos partículas que afuera. Aquí la densidad de partículas será negativas.

Uno de las primeras pruebas experimentales de la existencia del efecto Casimir fue conducida por Marcus Spaarnay en los laboratorios Phillips en la ciudad de Eindhoven, en 1958, en un delicado y difícil experimento, con resultados en concordancia general con la teoría.

El hecho de que el efecto casimir es real, es evidencia experimental de que las condiciones nula,

débil, fuerte y dominante son algunas veces violadas por efectos cuánticos. El efecto en los hechos es diminuto. Para platos reales, la masa de los platos por sí misma es siempre mucho mayor que la energía Casimir. Así, un par de platos conductores reales en general no violará las condiciones promediadas de energía. Esta observación nos sugiere que una dependencia ciega sobre la energía Casimir para sustentación de AG atravesables podría no ser un esquema provechoso como se pudiera desear. Es posible, pero difícil de realizar con la tecnología actual.

3.2.3. Vacío Apretado

El vacío apretado es una distorsión del vacío cuántico-electrodinámico. Apretando un estado cuántico resulta en que algunos de los grados de libertad mecanocuánticos tienen una inusual variación baja (usualmente variación baja significa menos variación de la que sería esperada con base en el teorema de equipartición). Los grados de libertad conjugados canónicamente deben, por el principio de incertidumbre de Heisenberg, tener una inusual alta variación.

Este truco puede ser usado para excavar energía de un lugar en el estado vacío ordinario por el costo de acumular un exceso de energía en otro lugar. Las regiones de las cuales la energía ha sido excavada son más bajas en energía que un volumen igual de vacío ordinario y por definición tienen localmente una densidad de energía negativa.

El estado de vacío apretado viola las condiciones de energía nula, débil, fuerte y dominante.

3.2.4. Evaporación de Hawking

La existencia de la radiación de Hawking de los agujeros negros evaporándose no ha sido verificada aún experimentalmente. Esto debido a la escasez de agujeros negros pequeños en nuestra vecindad inmediata.

Los agujeros negros son sitios de atracción gravitacional inmensa dentro de los cuales la materia circundante es atraída por las fuerzas gravitacionales. Clásicamente, la fuerza gravitacional es tan poderosa que nada, ni siquiera la radiación, puede escapar del agujero negro. Sin embargo, haciendo un cálculo en el marco de la teoría cuántica de campo en espacios-tiempo curvados, Hawking

mostró que efectos cuánticos permiten que los agujeros negros emitan radiación en el espectro térmico.

En cuanto a la descripción física del proceso nos podemos imaginar que la radiación partícula antipartícula es emitida más allá del horizonte de eventos. Esta radiación no viene directamente del agujero negro en sí, sino más bien es resultado de una partícula virtual que es “aumentada” por la gravedad del agujero negro para convertirse en partícula real.

Una forma más precisa, pero más simplificada del proceso es que las fluctuaciones del vacío crean pares partícula-antipartícula que aparecen cerca del horizonte del agujero negro. Un elemento del par cae en el agujero negro mientras que el otro escapa. Por este proceso el agujero negro pierde masa, y para un observador externo parecerá que el agujero negro ha emitido una partícula.

Ahora que hemos revisado las definiciones de las condiciones de energía junto con algunos de los ejemplos conocidos regresaremos al resultado obtenido en la ecuación (2.57), éste muestra que la condición de energía nula es violada sobre un rango finito (r_0, \tilde{r}_*) en la vecindad de la garganta del AG. Esto automáticamente implica violaciones de las condiciones de energía débil, fuerte y dominante en este mismo rango. En la garganta misma, la condición de energía nula es o violada o apunta de ser violada.

Así que la garganta del AG debe ser tratada por “materia exótica”, donde definimos “materia exótica” como la materia que viola la condición de energía nula.

Hasta ahora revisamos varios de los fenómenos en los cuales se violan una o varias de las condiciones de energía, la que en principio podría ser de interés es el efecto casimir, pero como se hizo la aclaración es muy poco viable. Más adelante revisaremos la que en la actualidad se perfila a ser el gran candidato a sustentar AG y me refiero al modelo de energía oscura *phantom*, ya que éste campo escalar tiene la peculiaridad de violar la condición de energía nula.

Capítulo 4

Impulso de Deformación

Una manera alternativa de viajar a velocidades mayores que la de la luz a través de nuestro universo es lo que se conoce como *warp drive* o en español *impulso de deformación*, esto proviene de la búsqueda por parte del físico mexicano Miguel Alcubierre de ver con que fundamentación física contaba el *impulso de deformación* de la serie *Star Trek*.

La idea de Alcubierre es que un impulso de deformación sería posible si la materia pudiese ser arreglada de manera de expandir el espacio tiempo detrás de la nave (de manera que empujase el punto de partida muchos años luz hacia atrás) y contraer el espacio tiempo en frente (colocando el punto de destino más cerca), mientras que se deja la nave misma en una región plana local de espacio tiempo unida por una *burbuja de deformación* que permanece entre las dos distorciones. La nave podría entonces navegar en su burbuja a una alta velocidad arbitraria, empujada hacia adelante por la expansión del espacio a sus espaldas y la contracción del espacio en frente de ella. Podría viajar más rápido que la velocidad de la luz sin romper ninguna ley física porque, con respecto al espacio-tiempo en su burbuja de deformación, estaría en reposo. Igual, estando localmente estacionaria, la nave espacial y su tripulación sería inmunes de cualesquiera altas y devastadoras aceleraciones.

4.1. El Formalismo ADM

Una forma de desentrañar la dinámica de la relatividad general consiste en verla como un problema de Cauchy, es decir, analizar la dinámica como la evolución de una hipersuperficie tridimensional donde estén definidos los campos. Esta manera de reformular la relatividad general fué desarrollada por R. Arnowitt, S. Deser y C. W. Misner y tomó su forma completa a principios de los años 60; se conoce como la formulación ADM de la relatividad general.

El formalismo resuelve el problema de los momenta canónicamente conjugados a las variables dinámicas, i.e. a las 10 componentes de tensor métrico $g_{\mu\nu}$, tomando la derivada parcial con respecto a las “velocidades”. Pero no se sabía como definir tales velocidades. Para hacer eso fué necesario privilegiar alguna de las coordenadas como el “tiempo” para poder definir las velocidades.

Es relativamente claro que se necesita “separar” en el sentido de hacer diferente, alguna de las coordenadas, o bien una “dirección” en el espacio-tiempo, para la construcción de un Hamiltoniano. La manera que se diseñó para hacer esto, fué el considerar “rebanadas” del espacio-tiempo, de manera que cada rebanada sea una hipersuperficie de 3 dimensiones con una métrica positiva definida en ella. Si consideramos el espacio-tiempo como formado por la colección de rebanadas, donde a cada una de éstas se le etiqueta por un número t (no es necesariamente el tiempo, es una etiqueta), donde pedimos que ninguna rebanada se intersecte, podemos entonces pensar en la “evolución” como el cambio de éstas hipersuperficies en el parámetro t y cubrir de esta manera el espacio-tiempo completamente. Dotando a cada hipersuperficie de una métrica tridimensional γ_{ij} determinada por la forma como “cortamos” el espacio-tiempo, es posible considerar a la métrica $\gamma_{ij}(t)$ de la hipersuperficie que evoluciona con t , como la variable dinámica.

Además de las 6 componentes de γ_{ij} que forman dicha variable dinámica, se deben definir otras 4 variables para tener un total de 10, que es el número de componentes de la antigua variable $g_{\mu\nu}$. Estas 4 variables se definen de manera “natural” al considerar la foliación de hipersuperficies en el espacio-tiempo. Estas nuevas variables que se denotan α , función “lapso”, de intervalo, que se relaciona con la separación entre cada hipersuperficie y β^i , vectores de cambio, de desplazamiento, que

se relacionan con el movimiento de un punto al pasar a la siguiente hipersuperficie. Estas cuatro funciones describen como “pegar” las hipersuperficies para formar la foliación.

Posteriormente se procede a reescribir el elemento de línea en términos de las nuevas variables (denominadas variables ADM) $ds^2 = ds^2[\gamma_{ij}, \alpha, \beta^i]$, relacionando así a las nuevas variables con las antiguas.

Con ayuda de la curvatura extrínseca K_{ij} a la superficie: $K_{ij} = K_{ij}[\alpha, \beta_{ij}, \gamma_{ij}]$, con \cdot como la derivada con respecto a el parámetro t y “[]” la derivada covariante en la hipersuperficie se logra escribir el tensor de curvatura de Riemann, y por lo tanto el escalar de curvatura R , como funciones de $\gamma_{ij}, \dot{\gamma}_{ij}, \alpha$ y β_{ij} .

Consideremos el espacio-tiempo dado por una variedad 4-dimensional \mathbf{M} con una métrica definida en ella $g_{\mu\nu}$ de signatura $(-, +, +, +)$. Denotemos las coordenadas de esta variedad por x^λ . Definimos el encajamiento de una hipersuperficie 3-dimensional \mathbf{m} de la siguiente manera:

$$x^\mu = X^\mu(\xi^a), \quad (4.1)$$

donde $\mu = 0, 1, 2, 3$ y $a = 1, 2, 3$. De donde podemos ver que

$$\gamma_{ab} = g_{\mu\nu} \frac{\partial X^\mu}{\partial \xi^a} \frac{\partial X^\nu}{\partial \xi^b} \quad (4.2)$$

y definamos $\mathbf{e}_a \equiv \frac{\partial}{\partial \xi^a}$ como el a -ésimo vector de la base coordenada natural sobre \mathbf{m} . Los 3 vectores \mathbf{e}_a forman una base para el espacio tangente a la variedad \mathbf{m} en el punto p denotado por $\mathbf{T}_p\mathbf{m}$. Este espacio a su vez es un subespacio del espacio tangente a \mathbf{M} , $\mathbf{T}_p\mathbf{M}$. Para completar la base construimos el complemento ortogonal al $\mathbf{T}_p\mathbf{m}$ definido por la métrica $g_{\mu\nu}$. Este subespacio será generado por el vector ortogonal a los \mathbf{e}_a , que denotaremos por \mathbf{n} . Este vector de componentes η^μ en la base ∂_μ satisface

$$g_{\mu\nu} X_a^\mu \eta^\nu = 0 \quad (4.3)$$

siendo $X_a^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \xi^a}$, pedimos además que esté normalizado

$$g_{\mu\nu}\eta^\mu\eta^\nu = -1 \quad (4.4)$$

estas condiciones determinan totalmente el vector \mathbf{n} . Con lo anterior podemos ver las expresiones para las derivadas covariante y contravariante

$$\begin{aligned} A_{|a}^c &\equiv A_{,a}^c + {}^3\Gamma_{ba}^c A^b \\ A_{c|a} &\equiv A_{c,a} - {}^3\Gamma_{bca} A^b \end{aligned} \quad (4.5)$$

donde

$${}^3\Gamma_{abc} \equiv \frac{1}{2}(\gamma_{ab,c} + \gamma_{ac,b} - \gamma_{bc,a}) \quad (4.6)$$

Definamos ahora la curvatura extrínseca a la hipersuperficie como

$$K_{ab} \equiv -\mathbf{e}_b \cdot {}^4\nabla_a \mathbf{n} \quad (4.7)$$

es decir, la componente (ab) de la curvatura extrínseca es igual a la proyección en la dirección b de la derivada covariante del vector normal en la dirección a (salvo signo). La noción de curvatura extrínseca no tiene sentido para una variedad en sí misma, sólo toma significado cuando dicha variedad se encuentra encajada en una de dimensión mayor, ya que de la misma definición, la curvatura K_{ab} depende de la geometría de la variedad grande (a través de la derivada covariante de espacio-tiempo y del vector normal a la hipersuperficie).

Una interpretación geométrica de la curvatura extrínseca es que da una medida de que tanto se “curva” la hipersuperficie respecto de la variedad \mathbf{M} , en otras palabras, nos dice que tanto los vectores normales para dos puntos cercanos en \mathbf{m} se alejan de ser paralelos.

Veamos ahora la forma de reescribir el elemento de línea del espacio tiempo en términos de γ_{ab} y de α, β^i . El elemento de línea entre dos eventos del espacio-tiempo $p(x^a, t)$ y $p'(x^a + dx^a, t + dt)$, lo

descompondremos en dos partes: el cuadrado de la distancia sobre la hipersuperficie que contiene a p menos el cuadrado del tiempo propio entre hipersuperficies:

$$\begin{aligned} ds^2 &= \gamma_{ab}(dx^a + \beta^a dt)(dx^b + \beta^b dt) - (\alpha dt)^2 \\ &= -(\alpha^2 - \beta_a \beta^a) dt^2 + 2\beta_a dx^a dt + \gamma_{ab} dx^a dx^b \end{aligned} \quad (4.8)$$

donde $(dx^a + \beta^a dt)$ es el desplazamiento sobre la hipersuperficie base y αdt el tiempo propio entre ellas. Esto se puede ver más claramente si notamos que en el caso en que $N^a = 0$, el elemento de línea tendrá contribuciones de: i) la distancia sobre la hipersuperficie base y ii) el tiempo propio, ya que la “evolución” de las hipersuperficies es meramente temporal. De la expresión (4.8) se desprende la relación entre las componentes covariantes de la métrica $g_{\mu\nu}$ en coordenadas adaptadas y las variables $\gamma_{ab}, \alpha, \beta^a$:

$$\begin{aligned} g_{00} &= (\beta^a \beta_a - \alpha^2), \\ g_{0a} &= \beta_a, \\ g_{ab} &= \gamma_{ab} \end{aligned} \quad (4.9)$$

El elemento de volumen esta dado por

$$\sqrt{-g} d^4 x = \alpha \sqrt{\gamma} d^3 x dt \quad (4.10)$$

con estas herramientas procedemos a hacer el análisis del *warp drive*.

4.2. La Métrica

Utilizando las variables ADM, vemos que la la métrica del espacio-tiempo puede ser escrita como:

$$\begin{aligned} ds^2 &= -d\tau^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \\ &= -(\alpha^2 - \beta_i \beta^i) dt^2 + 2\beta_i dx^i dt + \gamma_{ij} dx^i dx^j \end{aligned} \quad (4.11)$$

nótese que así como la métrica γ_{ij} es definida positiva para todos los valores de t (como debería para ser una métrica espacial), el espacio tiempo está garantizado a ser globalmente hiperbólico.

Ahora asumamos que nuestra nave se mueve sobre el eje x de un sistema coordenado cartesiano. Queremos encontrar que “empujará” la nave en una trayectoria descrita por una función del tiempo arbitraria $x_s(t)$. Una métrica que tiene esta propiedad esta dada por ($G = c = 1$, solo en este capítulo):

$$\alpha = 1, \quad (4.12)$$

$$\beta^x = -v_s(t) f(l_s(t)), \quad (4.13)$$

$$\beta^y = \beta^z = 0, \quad (4.14)$$

$$\gamma_{ij} = \delta_{ij}, \quad (4.15)$$

donde:

$$v_s(t) = \frac{dx_s(t)}{dt}, \quad l_s(t) = [(x - x_s(t))^2 + y^2 + z^2]^{1/2}$$

donde f es la función:

$$f(l_s) = \frac{\tanh(\sigma(l_s + R)) - \tanh(\sigma(l_s - R))}{2 \tanh(\sigma R)} \quad (4.16)$$

con parámetros arbitrarios $R > 0$ y $\sigma > 0$. Nótese que para grandes valores de σ la función $f(l_s)$ alcanza rápidamente una función *top hat*:

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} f(l_s) = \begin{cases} 1 & \text{para } l_s \in [-R, R], \\ 0 & \text{cualquier otro caso} \end{cases} \quad (4.17)$$

Con la definiciones anteriores, la métrica (4.11) puede ser reescrita como:

$$ds^2 = -dt^2 + (dx - v_s f(l_s) dt)^2 + dy^2 + dz^2 \quad (4.18)$$

4.3. La Geometría

Es fácil entender la geometría de nuestro espacio tiempo de la expresiones anteriores. Primero, de la ecuación (4.15) vemos que la 3-geometría de las hipersuperficies es siempre plana. Además, el hecho de que el lapso esta dado por $\alpha = 1$ implica que las curvas de género temporal normales a esas hipersuperficies son geodésicas, i.e., los observadores Eulerianos están en caída libre. El espacio-tiempo, sin embargo, no es plano debido a la presencia de un cambio no uniforme. No obstante, dado que el vector de cambio desaparece para $l_s \gg R$, vemos que a cualquier tiempo t el espacio tiempo será esencialmente plano en todos lados excepto dentro de una región con un radio de orden R , centrado en el punto $(x_s(t), 0, 0)$.

Dado que la 3-geometría de las hipersuperficies es plana, la información acerca de la curvatura del espacio tiempo será contenida en el tensor de curvatura extrínseco K_{ij} . Este tensor describe como las hipersuperficies 3-dimensionales están inmersos en un espacio-tiempo 4-dimensional, y esta definido como:

$$K_{ij} = \frac{1}{2\alpha} \left(D_i \beta_j + D_j \beta_i - \frac{\partial g_{ij}}{\partial t} \right), \quad (4.19)$$

donde D_i denota diferenciación covariante con respecto a la 3-métrica γ_{ij} . De la forma de α y γ_{ij} , no es difícil ver que esta expresión se reduce a:

$$K_{ij} = \frac{1}{2} (\partial_i \beta_j + \partial_j \beta_i) \quad (4.20)$$

La expansión θ de los elementos de volumen asociados con los observadores Eulerianos está dada en términos de K_{ij} como:

$$\theta = -\alpha \text{Tr}K. \quad (4.21)$$

De ésta expresión no es difícil mostrar que:

$$\theta = v_s \frac{x - x_s}{l_s} \frac{df}{dl_s}. \quad (4.22)$$

La figura (4.1) muestra un gráfico de θ como función de x y $\rho = (y^2 + z^2)^{1/2}$, en el caso particular cuando $\sigma = 5$, $v = 1$ y $R = 1,3$. El centro de la perturbación corresponde a la posición de la nave $x_s(t)$. Claramente podemos ver como los elementos de volumen se están expandiendo detrás de la nave, y contrayendo frente a ella.

Para demostrar que la trayectoria de la nave es de hecho una curva de género temporal, pese al el valor de $v_s(t)$, sustituimos $x = x_s(t)$ en la métrica (4.18). Es sencillo ver entonces que la trayectoria de la nave tendrá:

$$d\tau = dt \quad (4.23)$$

esto no solo implica que la nave se mueve en una curva de género temporal, sino también que su tiempo propio es igual a la coordenada temporal. Dado que la coordenada temporal es también igual al tiempo propio de los observadores distantes en la región plana, concluimos que la nave no sufre dilatación del tiempo conforme se mueve. Es sencillo también mostrar que la nave se mueve en una geodésica. Esto significa que incluso aunque la coordenada aceleración puede ser una función del tiempo arbitraria, la aceleración propia a lo largo de la trayectoria de la nave siempre será cero.

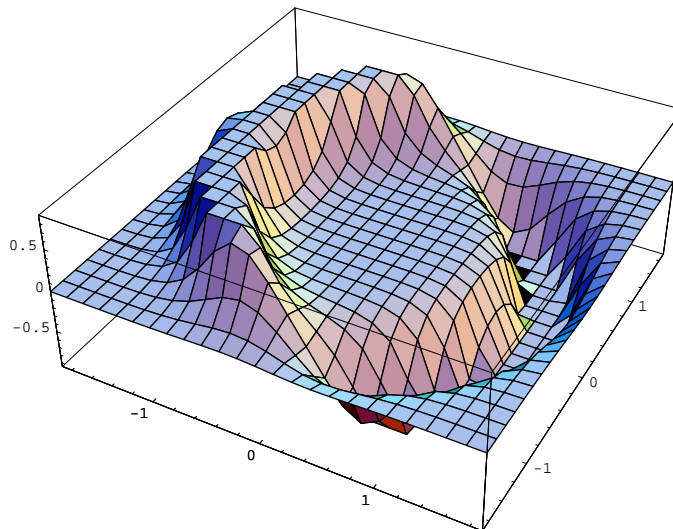


Figura 4.1: Figura del *warp drive*, aquí se observa como se deforma el espacio

Además, no es difícil convencerse que cuando el parámetro σ es grande, las fuerzas de marea en la vecindad inmediata de la nave son muy pequeñas (proporcionando que R es mayor que el tamaño de la nave). Por supuesto, en la región donde $l_s \simeq R$ las fuerzas de marea pueden ser verdaderamente grandes.

4.4. El Viaje

Para ver como se puede utilizar esta métrica para hacer un viaje redondo a una estrella distante en un tiempo arbitrario pequeño, consideremos la siguiente situación: dos estrellas A y B están separadas por una distancia D en el espacio-tiempo plano. Al tiempo t_0 , una nave comienza a alejarse de A a una velocidad $v < 1$ usando sus propulsores. La nave entonces se detiene a una distancia d de A . Asumiremos que la distancia d es tal que:

$$R \ll d \ll D \quad (4.24)$$

Es a este punto que la distorsión del espacio-tiempo del tipo descrito anteriormente, centrado en la posición de la nave, aparece por primera vez. Esta distorsión es tal que la nave es empujada lejos de A con una coordenada aceleración que cambia rápidamente de 0 a un valor constante a . Dado que la nave esta inicialmente en reposo ($v_s = 0$), la distorsión se desarrollará suavemente del espacio-tiempo plano (véase ecuación (4.18)).

Cuando la nave esta a la mitad entre a y B , la distorsión es modificada de tal manera que la aceleración coordenada en la segunda parte del viaje es arreglada de tal manera que es opuesta a la que tuvimos en la primera parte, entonces la nave eventualmente se encontrará en reposo a una distancia d de B , al tiempo que la distorsión del espacio-tiempo desaparecerá (entonces de nuevo $v_s = 0$). El viaje es ahora completado moviendose de nuevo a través del espacio-tiempo plano a velocidad v .

Si cada uno de los cambios en la aceleración son muy rápidos, el tiempo coordenado total T que duro el viaje de ida estará esencialmente dado por:

$$T = 2 \left[\frac{d}{v} + \sqrt{\frac{D-2d}{a}} \right]. \quad (4.25)$$

Dado que ambas estrellas permanecen en el espacio plano, su tiempo propio es igual a la coordenada tiempo. El tiempo propio medido en la nave, por otro lado, será:

$$\tau = 2 \left[\frac{d}{\gamma v} + \sqrt{\frac{D-2d}{a}} \right] \quad (4.26)$$

con $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$. Vemos entonces que la dilatación del tiempo viene solo de las etapas inicial y final del viaje, cuando la nave se mueve a través del espacio-tiempo plano. Ahora, si la condición (4.24) se mantiene, tendremos:

$$\tau \simeq T \simeq 2 \sqrt{\frac{D}{a}} \quad (4.27)$$

Ahora esta claro que T puede hacerse pequeño tanto como queramos incrementando el valor de a . Dado que un viaje redondo tomará dos a lo más, encontramos que podemos regresar a la estrella

A despues de un tiempo propio arbitrariamente pequeño, ambos del punto de vista de la nave y del punto de vista de la estrella. La nave será entonces capaz de viajar mucho más rápido que la velocidad de la luz. Sin embargo, como hemos visto, siempre permanecerá sobre una trayectoria de género temporal, esto es, dentro de su cono de luz local: la luz por si misma esta tambien siendo empujada por la distorsión del espacio-tiempo. Un mecanismo de propulsión basado en tal distorsión local del espacio-tiempo solo merece ser llamado con el nombre familiar del *warp drive* de la ciencia ficción.

4.5. Inconvenientes

La métrica descrita tiene un importante inconveniente: viola las tres condiciones de energía (débil, dominante y fuerte). Las condiciones de energía débil y dominante requieren que la densidad de energía sea positiva para “todos” los observadores. Si uno calcula el tensor de Einstein de la métrica (4.18), y usa el hecho de que la 4-velocidad de los observadores Eulerianos esta dada por:

$$n^\alpha = \frac{1}{\alpha}(1, -\beta^i), \quad n_\alpha = -(\alpha, 0), \quad (4.28)$$

entonces uno puede mostrar que esos observadores verán una densidad de energía dada por:

$$T^{\alpha\beta}n_\alpha n_\beta = \alpha^2 T^{00} = \frac{1}{8\pi} G^{00} = -\frac{1}{8\pi} \frac{v_s^2 \rho^2}{4l_s^2} \left(\frac{df}{dl_s} \right)^2. \quad (4.29)$$

El hecho de que esta expresión es negativa en todo lugar implica que la condiciones de energía débil y dominante son violadas. De manera similar se puede demostrar que la condición de energía fuerte es tambien violada.

Vemos que como sucede con los AG, se necesita materia exótica para viajar más rápido que la velocidad de la luz.

Capítulo 5

Agujeros de Gusano de Energía Fantasma

5.1. Evidencia de la Energía Oscura

En la actualidad es generalmente aceptado que el universo está experimentando una fase acelerada de expansión. Explicar esta aceleración cósmica es uno de los problemas más desafiantes de la cosmología actual. A la materia o energía causantes de esta expansión acelerada se le ha llamado energía oscura. A la fecha se han propuesto muchos candidatos responsables de esta expansión, algunos ejemplos de modelos de energía oscura son la constante cosmológica positiva, los campos de quintaesencia, gravedad modificada, generalizaciones del gas de Chaplyng, entre otros. Los modelos de energía oscura están parametrizados por una ecuación de estado dada por $p = \omega\rho$, donde p es la presión espacialmente homogénea y ρ es la densidad de energía oscura. Para la expansión cósmica se requiere un valor de $\omega < -1/3$. Dentro de estas propuestas se encuentra aquella donde $\omega < -1$, la cual ha adquirido mucha aceptación últimamente dentro de los cosmólogos. Es una forma exótica específica de energía oscura denotada como energía fantasma. La razón de tal aceptación es que los últimos resultados de las observaciones astronómicas, incluso de observaciones combinadas independientes, parecen favorecer este tipo de modelos, sobre los modelos de quintaesencia

y otros. Vamos a platicar brevemente de estas observaciones. A finales del siglo pasado, usando observaciones de las explosiones de supernovas del tipo Ia, dos grupos de astrónomos lograron demostrar que el universo se esta expandiendo aceleradamente. En sus primeros años, los astrónomos utilizaron una muestra de alrededor de 40 supernovas para llegar a esta conclusión. En la actualidad, 2006, ya existe una muestra de unas 200 supernovas observadas, una muestra con la que se puede hacer una estadística mas confiable de la expansión acelerada del universo. Los resultados de esta muestra parecen indicar que la constante ω no solo es menor a $-1/3$, sino $\omega \leq -1$. Estas observaciones de las supernovas se combinan con las últimas observaciones de la Prueba Wilkinson de Anisotropía de Microondas (WMAP por sus siglas en inglés) un satélite diseñado para medir anisotropía de la radiación de Microondas Cómica de Fondo (CMB) con gran precisión. Sus observaciones apuntan también a este valor para la constante ω .

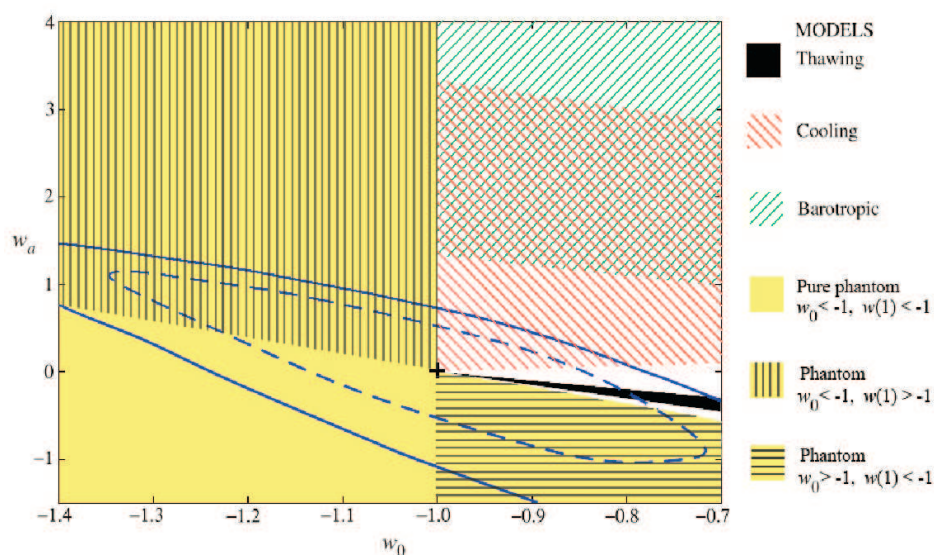


Figura 5.1: Es esta figura vemos que *phantom* es un buen candidato a modelar la energía oscura

En la figura (5.1) se pueden ver mediante delimitaciones en color azul las constricciones sobre los datos de las diferentes fuentes, dichas constricciones tienen que ver con el perfeccionamiento en las mediciones. Se aprecia que tales datos favorecen en gran manera a *phantom*. Actualmente este re-

sultado es una especulación y debe tratarse con mucho cuidado. Pero la energía fantasma es justo el tipo de energía que se necesita para formar AG, lo que implicaría la existencia probable de estos objetos y por tanto, la probable existencia de “autopistas” interestelares o intergalácticas en el universo. Esta posibilidad es tan fascinante, que vale la pena investigarla. Si la energía oscura es en realidad energía fantasma, se tiene a la mano una posible fuente para espacio-tiempo exóticos que crean AG. De hecho, esta posibilidad ha sido recientemente explorada, y fue mostrado que los AG atravesables pueden ser teóricamente sustentados por energía fantasma. Sin embargo, una sutileza necesita ser apuntada.

La noción de energía fantasma es aquella de un fluido distribuido homogéneamente. Otro escenario interesante es que debido al hecho de la expansión acelerada del universo, AG microscópicos podrían ser naturalmente crecidos de las construcciones submicroscópicas que originalmente se extendieron por el vacío gravitacional. El WMAP recientemente ha confirmado que el universo esta compuesto de aproximadamente 70 % de energía oscura. Los AG atravesables de energía fantasma tienen implicaciones cosmológicas y físicas trascendentales. Aparte de ser usados como atajos interestelares, civilizaciones muy avanzadas podrían utilizarlos como máquinas del tiempo. Esto es un tópico problemático y depende del punto de vista, ya que máquinas del tiempo probablemente impliquen la violación de la causalidad. Estas máquinas funcionan de la siguiente forma: en un escenario especulativo, uno podría imaginar un AG microscópico con un de sus bocas en un universo expandiéndose y la otra en un universo contrayéndose. Como la primera boca estaría expandiéndose y la segunda contrayéndose, un *time-shift* sería creado entre las dos bocas, transformando el AG en una máquina del tiempo, así que el viajero en trayecto a través del AG antes del *big rip* sería transportado a su futuro. El *big rip* es una hipótesis cosmológica acerca del destino final del universo, en el cual los elementos del universo, de galaxias a átomos, están progresivamente despedazándose por la expansión del universo. Por otro lado, las implicaciones cosmológicas son también extremadamente interesantes.

5.2. Naturaleza de la Energía Oscura

La naturaleza exacta de esta energía oscura es un tema de especulación. Se conoce que es muy homogénea, no muy densa y presumiblemente no interactúa fuertemente a través de ninguna de las fuerzas fundamentales diferentes a la gravedad.

Dado que no es muy densa aproximadamente 10^{-29} gramos por centímetro cúbico, es difícil imaginar experimentos para detectarla en el laboratorio. La energía fantasma posee propiedades peculiares como la violación de la condición de energía nula y una densidad de energía infinitamente creciente, además de que la termodinámica de la energía fantasma lleva a una entropía negativa. Como ecuación de estado de la energía fantasma, $p = \omega\rho$ con $\omega < -1$, esta energía viola la condición de energía nula, $p + \rho \leq 0$, el ingrediente fundamental para sustentar AG atravesables.

5.3. Modelos de Energía Oscura Fantasma con un Término Cinético Negativo

De acuerdo a los datos observacionales antes mencionados, se tiene latente la posibilidad de que $\omega \leq -1$. Tales modelos de energía oscura “fantasma” tienen varias propiedades peculiares. La densidad de energía oscura aumenta con el incremento del factor de escala, y tanto el factor de escala como la densidad de energía fantasma pueden volverse infinitos en un tiempo finito t , condición conocida como el *big rip*.

La manera más simple de lograr un modelo *phantom* es tomar un Lagrangiano de campo escalar con un término de energía cinética negativa. En un modelo *phantom* la densidad de energía y la presión están dadas por

$$\rho = -(1/2)\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (5.1)$$

y

$$p = -(1/2)\dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (5.2)$$

así que el parámetro de la ecuación de estado es

$$\omega = \frac{(1/2)\dot{\phi}^2 + V(\phi)}{(1/2)\dot{\phi}^2 - V(\phi)} \quad (5.3)$$

La ecuación de evolución de este campo es

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - V'(\phi) = 0 \quad (5.4)$$

donde $H = \dot{a}/a$, a es el factor de escala y la prima denota derivada con respecto a ϕ .

Dependiendo del valor específico del potencial V , y considerando el límite donde el universo es dominado por *phantom*, se pueden clasificar de tres maneras

Clase 1:

$$\frac{V'}{V} \rightarrow 0 \Leftrightarrow \omega \rightarrow -1 \quad (5.5)$$

Clase 2:

$$\frac{V'}{V} \rightarrow \text{constante} \Leftrightarrow \omega \rightarrow \omega_0 < -1 \quad (5.6)$$

Clase 3:

$$\frac{V'}{V} \rightarrow \pm\infty \Leftrightarrow \omega \rightarrow -\infty \quad (5.7)$$

De esta clasificación podemos ver que incluso modelos *phantom* con cierto término para el potencial pueden proporcionar $\omega = -1$ que corresponde a constante cosmológica, pero nuestro interés se enfoca más en la región $w < -1$ que ha ido tomando fuerza con las observaciones. Un modelo que cumple con estas características es el que contiene la parte $V(\phi) \propto e^{\lambda\phi}$ donde las constantes se relacionan de la siguiente forma $\omega = -1 - \lambda^2/3$. El último de los modelos es excluído ya que no concuerda con los datos experimentales. Es interesante ver que por ahora ya se cuenta con los modelos necesarios para describir la energía oscura y posibles finales del universo como el *big rip*, por supuesto que aun falta obtener mayor información para ver cual es el mejor, pero en caso de ser *phantom* se abriría la puerta a una nueva forma de viajar por el espacio-tiempo.

Capítulo 6

AGUJERO DE GUSANO ROTANTE

En este capítulo analizaremos el trabajo concerniente a un AG de campo escalar rotante, ya que uno de los problemas mayores enfrentados por soluciones AG es su estabilidad. Por construcción, soluciones AG son transversables, esto es, una partícula prueba puede ir de un lado de la garganta al otro en un tiempo finito, medido por el observador en la partícula prueba y por el que esta lejos de ella y sin encontrarse con fuerzas de marea. La estabilidad de la garganta de un AG fue recientemente estudiada numéricamente, los cálculos mostraron que los AG propuestos por Thorne cuando son perturbados por un campo escalar con un tensor stress-energía definido con el signo usual, el AG colapsa posiblemente a un agujero negro, la garganta se cierra. En la misma manera cuando la perturbación debida a un campo escalar del mismo tipo como el que sustenta los AG, la garganta crece exponencialmente, mostrando así que es altamente inestable.

Intuitivamente es claro que la solución rotante tendría mas posibilidades de ser estables. Algunos estudios han sido hechos sobre soluciones AG, pero no ha sido puesta una solución exacta a las ecuaciones de Einstein describiendo tales AG. A continuación se muestran los detalles matemáticos del AG rotante.

6.1. Ecuaciones de Campo

La idea fué utilizar las técnicas de generación de soluciones a las ecuaciones de Einstein desarrolladas a finales de los 80's, el resultado fué el siguiente *ansatz* para el elemento de línea:

$$ds^2 = -f(dt + a \cos \theta d\varphi)^2 + \frac{1}{f}[dl^2 + (l^2 - 2ll_1 + l_0^2)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)] \quad (6.1)$$

donde $f = f(l)$ es una función desconocida a ser determinada por las ecuaciones de campo, l_0, l_1 son parámetros constantes con unidades de distancia, tal que $l_0^2 > l_1^2$, y $l_0 \neq 0$ y a es el parámetro rotacional (momento angular por unidad de masa). En estas coordenadas la distancia l cubre la variedad completa, teniendo el rango de menos a mas infinito.

El parámetro constante a es de hecho un parámetro de rotación, como mostramos para la solución exacta presentada abajo.

El proceso de formación de un AG sigue siendo una pregunta abierta. Una hipótesis es que alguna fluctuación de campo escalar colapsa de tal manera que forma una configuración de campo escalar rotante. Esta configuración tiene tres regiones; la interior donde la rotación no es cero y dos regiones exteriores, una sobre cada lado en la garganta, donde la rotación se detiene. Las fronteras internas de esta configuración están definidas donde la rotación desaparece. El campo interior es la fuente de los AG y se conjetura que su rotación ayudará a evitar que la garganta sea inestable. A continuación construimos tal solución.

Tomamos una solución a las ecuaciones de Einstein con un tensor que describe campo escalar sin masa y signo negativo, ϕ , así las ecuaciones de campo se transforman en

$$R_{\mu\nu} = -8\pi G\phi_{,\mu}\phi_{,\nu} \quad (6.2)$$

siendo $R_{\mu\nu}$ el tensor de Ricci. Hay que aclarar que para tal *ansatz* descrito por ecuación (6.1), las ecuaciones de campo tomar una forma bastante simple. Pidiendo que el campo escalar sea estacionario, resulta que solo depende de la coordenada l . Quedamos con solo dos ecuaciones de Ein-

stein. Por simplicidad trabajamos con las componentes t_t y la suma de t_t y l_l de la ecuación (6.2), obtenemos:

$$\left((l^2 - 2l_1l + l_0^2) \frac{f'}{f} \right)' + \frac{a^2 f^2}{l^2 - 2l_1l + l_0^2} = 0 \quad (6.3)$$

$$\left(\frac{f'}{f} \right)^2 + \frac{4(l_0^2 - l_1^2) + a^2 f^2}{(l^2 - 2l_1l + l_0^2)^2} - 16\pi G \phi'^2 = 0 \quad (6.4)$$

donde la prima significa derivada con respecto a l . Recordando que la ecuación de Klein-Gordon es una consecuencia de las ecuaciones de Einstein, así que solo necesitamos resolver (6.3), (6.4). Como derivamos anteriormente, separamos las soluciones en la interna y externa.

6.2. La Solución Estática

El caso estático para tal *ansatz*, ecuación (6.1) con $a = 0$, puede ser resuelto en general, dando la siguiente solución:

$$f_{\text{st}} = e^{-\phi_0(\lambda - \frac{\pi}{2})}, \quad (6.5)$$

$$\sqrt{8\pi G} \phi_{\text{st}} = \sqrt{2 + \frac{\phi_0^2}{2}} \left(\lambda - \frac{\pi}{2} \right) \quad (6.6)$$

$$\lambda = \arctan \left(\frac{l - l_1}{\sqrt{l_0^2 - l_1^2}} \right) \quad (6.7)$$

donde ϕ_0 es una constante de integración sin unidades. El campo escalar esta dado como multiples de la masa de Planck. Nótese que esta es por sí misma una solución para la variedad completa. Es esféricamente simétrica, y recordando que $\arctan(x)$ tiende a $\frac{\pi}{2}$ para x tendiendo a infinito, hemos escogido las otras constantes de integración de tal manera que el campo escalar desaparezca para valores positivos grandes de l , y f tiende a uno para esos valores de l . En el otro lado de la garganta, para un valor grande de l , el espacio-tiempo es también plano pero es descrito en coordenadas distintas. Los intervalos de tiempo y distancia en ambos lados y lejos de la garganta están dados

por:

$$\begin{aligned} ds_{\text{far}}^2 &= -dt_+^2 + dl_+^2 + l_+^2 d\Omega^2 \\ &= -e^{\phi_0\pi} dt_-^2 + \frac{1}{e^{\phi_0\pi}} (dl_-^2 + l_-^2 d\Omega^2). \end{aligned} \quad (6.8)$$

Así, los intervalos en ambos lados de la garganta están relacionados por

$$\Delta t_+ = e^{\frac{\phi_0\pi}{2}} \Delta t_-, \quad (6.9)$$

$$\Delta l_+ = e^{-\frac{\phi_0\pi}{2}} \Delta l_-, \quad (6.10)$$

la cual es una relación interesante. Para un valor positivo grande de ϕ_0 , un intervalo corto de tiempo para el observador en el lado positivo es visto como un intervalo grande de tiempo en el lado negativo, y distancias cortas vistas en el lado negativo son medidas como largas distancias en el lado positivo. También, el valor del campo escalar en el lado negativo es constante pero no cero, como el valor cero fue escogido en el otro lado.

Expandiendo la función gravitacional f_{st} y el campo escalar ϕ_{st} para valores grandes de la coordenada de distancia l , tenemos, del lado positivo:

$$f_{st} = 1 + \frac{\phi_0 \sqrt{l_0^2 - l_1^2}}{l} + O\left(\frac{1}{l^2}\right) \quad (6.11)$$

$$\sqrt{8\pi G} \phi_{st} = -\sqrt{2 + \frac{\phi_0^2}{2}} \frac{\sqrt{l_0^2 - l_1^2}}{l} + O\left(\frac{1}{l^2}\right) \quad (6.12)$$

de donde podemos leer el parámetro de masa el cual toma la forma $M = -\frac{\phi_0 \sqrt{l_0^2 - l_1^2}}{2}$ y la carga del campo escalar $\sqrt{8\pi G} q_\phi = -\sqrt{2 + \frac{\phi_0^2}{2}} \sqrt{l_0^2 - l_1^2}$. Nótese como el parámetro masa depende del valor de ϕ_0 y es positivo para ϕ_0 negativo, la carga del campo escalar es invariante con respecto del signo de ϕ_0 .

Ahora, con respecto a la garganta, congelamos el tiempo y seleccionamos el plano $\theta = \frac{\pi}{2}$ obte-

niendo la $ds_2^2 = \frac{1}{f}[dl^2 + (l^2 - 2ll_1 + l_0^2)d\varphi^2]$. Haciendo una inmersión en el espacio cilíndrico $dD^2 = d\rho^2 + dz^2 + \rho^2 d\varphi^2$ la forma de la garganta esta dada por $z = z(\rho)$, así $dD_2^2 = (1+z_\rho^2)d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2$. Comparando los dos elementos de distancia vemos que $\rho^2 = \frac{l^2 - 2ll_1 + l_0^2}{f}$ y la forma de la garganta esta dada por $z(\rho) = \int_{\rho_{\min}}^{\rho} \sqrt{\frac{(l_\rho)^2}{f(\rho)} - 1} d\rho$. En nuestro caso, resulta ser mas conveniente hacer este procedimiento en forma paramétrica, en términos de la coordenada l , así el valor de la garganta esta dado por el par $[\rho(l_f), z(l_f)] = \int_{l_{\min}}^{l_f} \sqrt{\frac{1}{f} - (\rho,l)^2} dl$. Así, dado un l_f , obtenemos el valor del correspondiente par de coordenadas. La integral fué resuelta numéricamente, la forma de la garganta se muestra en la figura (6.1).

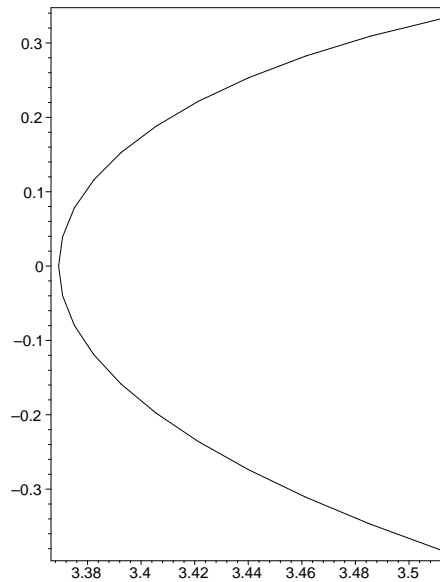


Figura 6.1: Forma de la garganta del AG cuando el parámetro de rotación es cero

La solución (6.5,6.6,6.7) incluye como solución particular la de Ellis-Morris-Thorne descrita en términos de la distancia propia. Esto puede ser visto tomando $\phi = 0, l_1 = 0$, lo cual reduce la solución estática a $f = 1$ y el campo escalar a $\sqrt{8\pi G}\phi = \sqrt{2}(\lambda - \frac{\pi}{2})$ con $\lambda = \arctan(\frac{l}{l_0})$, la cual es la bien conocida solución esféricamente simétrica estática de Ellis-Morris-Thorne.

De esta manera, vemos que la solución estática AG es , por sí misma, una solución interesante. Así, continuamos el presente caso con el parámetro de rotación $a \neq 0$ para el cual, co-

mo mostraremos, las ecuaciones de campo pueden ser resueltas, describiendo un AG rotante con un ángulo de déficit en las regiones asintóticas, y se pueden considerar para modelar la región cercana a la garganta del AG rotante. Mostramos que puede ser suavemente emparejado con las regiones externas de comportamiento asintóticamente plano, en particular emparejamos la parte radial de ésta con la solución estática presentada anteriormente.

6.3. La Solución Rotante

Para $a \neq 0$ se tiene la solución exacta:

$$f = 2 \frac{\phi_0 \sqrt{D(l_0^2 - l_1^2)} e^{\phi_0(\lambda - \frac{\pi}{2})}}{a^2 + D e^{2\phi_0(\lambda - \frac{\pi}{2})}} \quad (6.13)$$

$$\sqrt{8\pi G} \phi = \sqrt{2 + \frac{\phi_0^2}{2} \left(\lambda - \frac{\pi}{2} \right)} \quad (6.14)$$

donde la función λ esta dada nuevamente por (6.7), a es el parámetro de momento angular y D es una constante de integración. Es remarcable que el campo escalar tiene exactamente la misma expresión como para el caso no rotante. Aquí $\phi_0 > 0$ con objeto de preservar el signo de la métrica. Puede ser visto que hay una garganta, para valores grandes del parámetro l , las funciones gravitacionales tienden a una constante en ambos lados, también como para el campo escalar, mostrando que tenemos una solución AG rotante a las ecuaciones de campo, con ángulo déficit. Como mencionamos antes, esta es la primera solución de este tipo, las otras descritas en la literatura solo describen la posible geometría de un AG rotante, sin resolver las ecuaciones de campo con una específica fuente de materia.

Podemos ver que de hecho la constante es un parámetro de rotación por medio del potencial de Ernst \mathcal{E} . Debido a las simetrías del espacio-tiempo, es fácil ver que el potencial de Ernst es $\mathcal{E} = f + i\epsilon$, donde ϵ es el potencial de rotación. Para la solución (6.13) la cantidad invariante ϵ , está dada por

$$\epsilon = -a \frac{\phi_0 \sqrt{D(l_0^2 - l_1^2)}}{a^2 + D e^{2\phi_0(\lambda - \frac{\pi}{2})}} \quad (6.15)$$

mostrando de esta manera que el parámetro a es un parámetro del espacio-tiempo como especificamos.

Aunque esta solución es para el espacio-tiempo completo, podemos verlo como descripción de las partes internas de un AG rotante, de la garganta a alguna distancia en cada boca y conecta con una solución externa asintóticamente plana, como la de Kerr o el AG estático presentada con anterioridad. A continuación mostramos esta última unión para la parte radial de la solución, mostrando que puede ser una unión suave. Entonces, la función para el AG rotante es:

$$f = \begin{cases} e^{(\lambda - \frac{\pi}{2})} & \text{si } l > l_+ \\ 2 \frac{\phi_0 \sqrt{D(l_0^2 - l_1^2)} e^{\phi_0(\lambda - \frac{\pi}{2})}}{a^2 + D e^{2\phi_0(\lambda - \frac{\pi}{2})}} & \text{si } l_- \leq l \leq l_+ \\ \phi_1 e^{(\lambda + \frac{\pi}{2})} & \text{si } l < l_- \end{cases} \quad (6.16)$$

donde l_- y l_+ respectivamente son los puntos de unión sobre los lados derecho e izquierdo (Figura (6.2)).

Puede ser visto que la solución interior conecta con la exterior provocando que el parámetro D se transforme en:

$$D = 2\phi_0 \sqrt{(l_0^2 - l_1^2) \left((l_0^2 - l_1^2)\phi_0^2 - \frac{a^2}{E^2} \right)} + 2(l_0^2 - l_1^2)\phi_0^2 - \frac{a^2}{E^2} \quad (6.17)$$

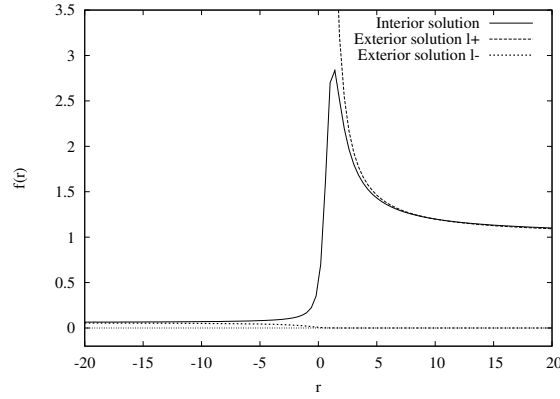


Figura 6.2: Gráfico de la función f para las soluciones exterior e interior

donde la constante E está determinada por el radio l_+ donde las dos soluciones se conectan, esta dada por:

$$E = \exp \left[\phi_0 \left(\arctan \left(\frac{l_+ - l_1}{\sqrt{l_0^2 - l_1^2}} \right) - \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (6.18)$$

con objeto de tener una solución real en todas partes imponemos la restricción que $4M^2 = (l_0^2 - l_1^2)\phi_0^2 > \frac{a^2}{E^2}$, del otro lado la unión de la solución interior es suave con la exterior, si la constante ϕ_1 se escoge de tal manera que

$$\phi_1 = 2 \frac{\phi_0 \sqrt{D(l_0^2 - l_1^2)} e^{2\phi_0 \lambda_-}}{a^2 + D e^{2\phi_0(\lambda_- - \frac{\pi}{2})}} \quad (6.19)$$

donde λ_- está dada por ecuación (6.7), evaluada en $l = l_-$.

6.4. Aspectos Físicos de la Solución

Escribámos la solución en términos del parámetro masa M . Comenzamos con la constante D

$$\begin{aligned} D &= M^2 \left(4 \sqrt{4 - \frac{J^2}{E^2}} + 8 - \frac{J^2}{E^2} \right) \\ &= M^2 d^2 \end{aligned} \quad (6.20)$$

donde $J = a/M$. Observe que d no depende del parámetro masa $-M = mG$, donde m es la masa total de la estrella campo escalar. Sin embargo, si queremos que el AG sea atravesable, esperamos un campo gravitacional similar al de la tierra, esto significa $m \sim$ la masa de la tierra. Así, la solución interior es

$$\begin{aligned} f_{\text{int}} &= 4 \frac{-M \sqrt{D} e^{\phi_0(\lambda - \frac{\pi}{2})}}{a^2 + D e^{2\phi_0(\lambda - \frac{\pi}{2})}} \\ &= 4 \frac{d e^{\phi_0(\lambda - \frac{\pi}{2})}}{J^2 + d^2 e^{2\phi_0(\lambda - \frac{\pi}{2})}} \end{aligned} \quad (6.21)$$

donde la función λ está dada por

$$\lambda = \arctan\left(-\phi_0 \frac{l}{2M}\right) \quad (6.22)$$

Observe que $l_{\text{Sch}} = -2M$ es el radio de Schwarzschild. La estrella campo escalar la cual provoca que el AG pudiera ser de miles de metros de largo. Comparado con el parámetro masa de orden de milímetros, la unión podría ser considerada como si estuviera en infinito. En ese caso el parámetro $E = 1$. Así la solución tiene solo 3 parámetros M, J y ϕ_0 . En estas unidades $|J| \leq 2$. Entonces el parámetro d esta acotado a $2 \leq d \leq 4$. Sin embargo, la condición de unión del lado izquierdo (en l_-) no depende del parámetro masa M , esta dado por

$$\phi_1 = 4 \frac{d e^{2\phi_0 \lambda_-}}{J^2 + d^2 e^{2\phi_0(\lambda_- - \frac{\pi}{2})}} \quad (6.23)$$

donde $\lambda_- = \lambda(l_-)$. Podemos tomar l_- tal que $\lambda_- \simeq -\pi/2$. Así, del lado izquierdo la métrica en menos infinito puede ser escrito como

$$\begin{aligned} ds_{\text{far}}^2 &= -\phi_1 dt_+^2 + \frac{1}{\phi_1} (dl_+^2 + l_+^2 d\Omega^2) \\ &= -dt_-^2 + dl_-^2 + l_-^2 d\Omega^2, \end{aligned} \quad (6.24)$$

donde ahora

$$\Delta t_- = \sqrt{\phi_1} \Delta t_+ \quad \text{y} \quad \Delta l_- = \frac{1}{\sqrt{\phi_1}} \Delta l_+ \quad (6.25)$$

La constante ϕ_1 puede ser muy grande. Sorprendentemente los mayores valores para ϕ_1 son obtenidos para pequeñas rotaciones, $J \ll 1$. Puede ser visto que ϕ_1 tiene un valor máximo cuando ϕ_0 es

$$\phi_{0\max} = -\frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{J^2 E^2}{4 \sqrt{4E^2 - J^2 E} + 8E^2 - J^2} \right) \quad (6.26)$$

Así, un observador en el espacio del lado izquierdo (en l_-) sentirá que el tiempo transcurre más rápido para pequeños cambios en Δt_+ y medirá pequeños cambios de espacio para grandes cambios en Δl_+ . Se deja a encontrar una estrella de campo *phantom* con una rotación pequeña y una carga escalar dada por

$$\sqrt{8\pi G} q_\phi = 2M \sqrt{\frac{2}{\phi_0^2} + \frac{1}{2}} \quad (6.27)$$

con una carga escalar dada por $\phi_0 = \phi_{0\max}$. Por ejemplo, si la estrella de campo escalar *phantom* tiene una rotación como $J = 10^{-10}$, entonces $\phi_1 \sim 1,4 \times 10^5$ cuando la carga escalar es $q_\phi \sim 0,3M m_{Planck}$. Para una estrella con la masa de la tierra, esta carga es equivalente a $q_\phi \sim 0,003 m_{Planck}$.

6.5. Implicaciones

Con los cálculos hechos hasta ahora vale la pena hacer un análisis de un viaje como el descrito por uno de los pioneros de los AG, Carl Sagan, en la novela *Contact*, y para realizar tal actividad utilizaremos la relaciones (6.25), donde l_- representa el observador en el AG y l_+ representa el observador fuera del AG.

Haciendo un poco de memoria vemos que Arroway pasó cerca de 18 hrs sin comunicación terrestre, lo cual utilizando el valor $\phi_1 = 1,4 \times 10^5$ antes obtenido nos brinda un tiempo de 2.9 minutos medidos por el observador fuera del AG, lo cual dista del valor mencionado en la película (fracción de segundo) siendo claro que en el filme no hubo una clara fundamentación científica para proporcionar dicho valor. La estrella vega se encuentra a una distancia aproximada de 25.3 años luz, lo que equivale a una distancia de aproximadamente $2,4 \times 10^{14}$ Km, el observador en el AG percibiría que en su viaje se trasladó $6,4 \times 10^{11}$ Km, lo cual sigue siendo una distancia bastante considerable.

Una de las peculiaridades es que la velocidad del viajero dentro del AG puede ser mayor que la velocidad de la luz, medida por un observador externo, ya que con respecto al AG no superará el valor de $c = 3 \times 10^5 \text{ km/s}$.

Las velocidades alcanzadas por naves en el espacio exterior son del orden de 23000 km/h, lo que equivale a aproximadamente 6.43 km/s, si una nave viajara a esa velocidad con respecto al AG, el observador externo vería como si ésta viajara a $3c$, algo bastante impresionante. El viaje a la estrella Vega a esta velocidad llevaría poco más de ocho años, esto obviamente solo de ida y visto por el observador externo al AG, pero el precio que se paga al alcanzar estas velocidades es muy caro ya que después de los aproximadamente 16 años que le tomaría completar el viaje, transcurridos para el observador externo, para el aventurero en el AG habrían transcurrido cerca de 6 milenios, algo realmente desalentador, de hecho aunque el observador externo percibiera bajo ciertas condiciones que el viaje duró 1 año, para el viajero en el AG habrían pasado 374 años.

Después de este amargo inconveniente nos queda por último tratar el tema de la estabilidad, ya que éste aspecto busca resolver el problema de la estabilidad de los AG.

6.6. Estabilidad de las Soluciones

El tema de la estabilidad es de los más exitantes. Por supuesto, el análisis completo, necesita una evolución numérica de la solución perturbada, o un análisis de los modos radiativos en la ecuación de Teukolsky. Aquí se presentan algunos resultados preliminares concernientes a la estabilidad de las soluciones. Sea $h_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}(l, t) \ll 1$ la perturbación radial de la métrica (6.1), esto es

$$\begin{aligned}
 ds^2 &= -(f + h_{44})dt^2 - 2a \cos \theta dt d\varphi \\
 &+ \left(\frac{1}{f} + h_{11} \right) dl^2 + \frac{1}{f} (l^2 + l_0^2) d\theta^2 \\
 &+ \left(\frac{1}{f} (l^2 + l_0^2) \sin^2 \theta - fa \cos \theta \right) d\varphi^2,
 \end{aligned} \tag{6.28}$$

(En esta sección hacemos el parámetro de distancia $l_1 = 0$, por simplicidad). Ahora, consideremos una perturbación de anillo Gaussiano en la dirección radial centrada en $l = L_0$, para $\theta = \pi/2$, en tal manera que $h_{11} = f_0 T(t) \exp(-(l - L_0)^2/L_1)$. Incluso para esta perturbación tan simple, las ecuaciones de campo son un conjunto de ecuaciones diferenciales no trivial. Sin embargo, en este caso el comportamiento de las ecuaciones de campo puede ser reducido a una ecuación de evolución solo para h_{11} de la forma

$$T_{,tt} + \omega^2 T + \text{términos} \quad (6.29)$$

donde ω es una función solo de la coordenada radial l .

Sin pretender dar una demostración de estabilidad, podemos esperar que esta ecuación de evolución estará oscilando si $\omega^2 > 0$, y será monótonica si $\omega^2 < 0$. En la Figura (6.3) vemos los resultados usando este criterio para las soluciones de Schwarzschild, Morris-Thorne, la estática y la rotante.

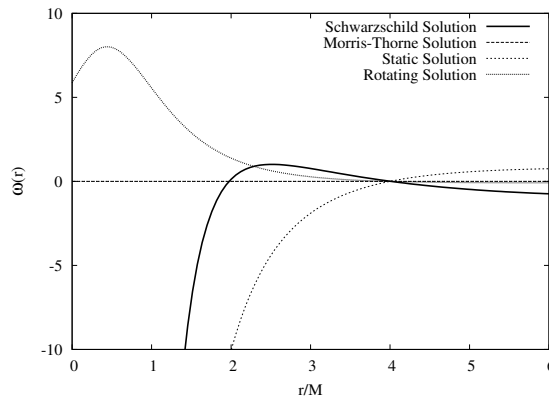


Figura 6.3: Gráfico de la función ω para las diferentes soluciones. La solución de Schwarzschild tiene modos inestables solo dentro del horizonte $l = -2M$, pero tienes modos estables fuera, como en el caso de la solución rotante.

Podemos interpretar estos resultados de la siguiente forma. Hemos agregado una perturbación a la solución de tal manera que la perturbación Gaussiana simula la presencia de un objeto en $l = L_0$ y permanece ahí. De la curva obtenida de la solución de Schwarzschild vemos que la perturbación provoca modos monótonicos para la región $l > L_0$, pero modos oscilantes para la región $l < L_0$.

Dentro del horizonte los modos son de nuevo monotónicos, esto no afecta la estabilidad del objeto. Esto podría implicar que el objeto original es estable, la métrica perturbada oscila alrededor de la métrica alrededor de la métrica original para la región dentro del centro de la perturbación en $l = L_0$. Esta situación no se presenta con la solución de Morris y Thorne. Ahí, $\omega = 0$ implicando que todos los modos son monótonos en todo lugar. Esto puede ser reinterpretado diciendo que esta solución es inestable para esa clase de perturbaciones. En el caso la solución estática los modos son monótonos para la región $l < L_0$, pero es oscilante para las regiones $l > L_0$. Esto podría implicar que la solución es inestable también, porque el comportamiento monotónico de la solución cerca del centro destruirá el objeto. Para el caso de la solución rotante la situación es similar como para el caso de la de Schwarzschild. Los modos en la región $l < L_0$ están oscilando, la solución perturbada en estas regiones solo oscila alrededor de la solución original. Vemos que, de acuerdo a este criterio, la solución de Schwarzschild es estable bajo esta perturbación Gaussiana, pero las soluciones estática y de Morris-Thorne no, y que la solución rotante es estable. Sin embargo, porque esto no es una demostración en general, se deja este resultado como una conjetura.

Dado que este resultado es una especulación solo podemos esperar a realizar un análisis más profundo de la estabilidad, ya que el sistema de ecuaciones resultante de la perturbación es bastante complicado, aunque estos resultados preliminares dan pistas de que posiblemente la solución sea estable. En el caso de confirmarse su estabilidad, el aspecto rotante solucionaría uno de los principales inconvenientes de los AG.

Capítulo 7

Conclusiones

Los AG se han mantenido durante la mayor parte de su existencia en el ámbito de la ciencia ficción, dado que no hay evidencia experimental directa para apoyar su carácter realista. Alternativas a su sustentación como el efecto casimir y la energía *phantom* nos dan pistas de que quizá estamos en el camino correcto hacia una nueva forma de viajar en el universo. El hecho de que *phantom* sea uno de los principales candidatos a ser la energía oscura nos da una mejor posibilidad de llegar encontrar los AG en algún lugar del cosmos que a partir del efecto casimir, ya que éste último no es muy viable desde el punto de vista de la ingeniería.

A la vez que se abre la brecha hacia nueva forma de recorrer grandes distancias interestelares, surgen interrogantes como: ¿Que pasaría con el principio de causalidad en caso de que los AG se utilizaran como máquinas del tiempo? ¿ Es capaz un ser humano de realizar un viaje a través de un AG?

Otras cuestiones que siguen abiertas conciernen al posible origen de los AG, debido a que hasta el momento solo se tienen resultados especulativos correspondientes a sus propiedades físicas. Aún siendo *phantom* la energía oscura, falta mucho camino por recorrer, ya que el problema de su estabilidad aún no ha sido resuelto, solo se ha empezado a hacer el trabajo. Respecto a las condiciones de energía, se han visto ya diferentes fenómenos que las violan por lo que en un futuro cercano posiblemente no jugarán un papel preponderante en contra de los AG. En el caso de las fuerzas de marea, se ha encontrado que hay maneras de reducirlas tal que un objeto pueda pasar por la garganta

del AG sin ser aniquilado.

Este trabajo buscó brindar un análisis cauteloso de los diferentes aspectos de los AG: su historia, sus propiedades, su presente y su aun especulativo futuro.

Porque la ciencia avanza más con el descubrimiento de grandes mentiras, vale la pena inspeccionar estos objetos tan misteriosos.

Bibliografía

- [1] M. Visser, *Lorentzian Wormholes: From Einstein to Hawking* (American Institute of Physics, New York, 1995)
- [2] M.S. Morris and K.S Thorne, *Am. J. Phys.* **56**, 395 (1988)
- [3] M.S. Morris, K.S Thorne and U. Yurtsever, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1446 (1988)
- [4] F. J. Tipler, *Phys. Rev. D* **17**, 2521 (1978)
- [5] A. Einstein and N.Rosen, *Phys. Rev.* **48**:73-77,1935
- [6] L. Flamm. *Beitrage zur Einsteinschen Gravitationstheorie. Phys. Z.*, **17**:448-454, 1916.
- [7] F.S.N. Lobo, *Phys. Rev. D* **71**084011(2005)
- [8] F.S.N. Lobo, *Phys. Rev. D* **71**124022(2005)
- [9] T. Matos and D. Núñez, *Rotating Scalar Field Wormhole Class.Quantum.Grav.*
- [10] Miguel Alcubierre, *Class. Quantum Grav.* **11**-5, L73-L77 (1994).
- [11] C. Firmani, V. Avila-Reese, G. Ghisellini and G. Ghirlanda. *astro-ph/0605430*.
- [12] V. Barger, E. Guarnaccia and D. Marfatia, *Phys. Lett. B* **635** (2006) 61-65.
- [13] Sergey Sushkov, *Phys. Rev. D* **71** 043520 (2005).
- [14] H. Shinkay and S. A. Hayward, *Phys. Rev. D*, (2002), e-print: *gr-qc/0205041*.
- [15] C. Sagan, *Contact* (Simon and Schuster, New York, 1985).
- [16] H. B. G. Casimir. On the attraction between two perfectly conducting plates. *Proc. Kon. Ned-erl. Akad. Wetenschap*, **51**:793-795, 1948.
- [17] C. W. Misner, K. S. Thorne, and J. A. Wheeler. *Gravitation*. W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1973.
- [18] R. M. Wald. *General Relativity*. University of Chicago Press, Chicago, 1984.
- [19] Jens Kujat, Robert J. Cherrer, and A.A. Sen. *astro-ph/0606735*.
- [20] Alejandro Corichi y Darío Núñez, *Revista Mexicana de Física* **37** No. 4 (1991) 720-747.