

MATERIA OSCURA ULTRALIGERA Y LA MASA DEL NEUTRINO ESTÉRIL

TESIS QUE PRESENTA

LUCÍA ERÉNDIRA GUTIÉRREZ LUNA

PARA OBTENER EL TÍTULO DE MAESTRA EN
CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN FÍSICA

DIRECTOR DE TESIS

DR. TONATHIUH MATOS CHASSIN



CENTRO DE INVESTIGACIÓN
Y ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO
POLITÉCNICO NACIONAL
Departamento de Física
Diciembre 2018

Lucía Eréndira Gutiérrez Luna: *Materia Oscura Ultraligera y la Masa del Neutrino Estéril*, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Departamento de Física.

E-mail:
lgutierrez@fis.cinvestav.mx

II

*Dedicado a
mi familia*

AGRADECIMIENTOS

¡Muchas gracias a todos!

Índice general

Índice de Figuras	VII
Índice de Tablas	IX
Resumen	1
Introducción	3
Objetivos	3
1. El Modelo Estándar Cosmológico	5
1.1. Historia del Universo	5
1.1.1. Ecuaciones de Friedmann	6
1.1.2. Ley de Hubble	9
1.1.3. Problemas de la constante cosmológica.	10
1.1.4. Big Bang Nucleosíntesis	12
1.1.5. Fondo Cósmico de Microondas	15
1.1.6. Abundancia primordial de elementos ligeros	16
1.1.7. Inflación	17
1.1.8. Bariogénesis	18
1.2. Evidencia experimental de Materia Oscura	19
1.2.1. Curvas de rotación galácticas	19
1.2.2. Formación de estructura	22
1.2.3. El cúmulo Bala	23
1.3. Candidatos a materia oscura	25
1.3.1. MACHO	26
1.3.2. Agujeros negros primordiales	27
1.3.3. La partícula supersimétrica	28
1.3.4. Axión	29
1.3.5. Materia Oscura como Campo Escalar	30

2. Modelo Estándar de Física de Partículas	33
2.1. Quarks y Leptones	34
2.2. Densidad Lagrangiana	35
2.2.1. Rompimiento espontáneo de la simetría	40
2.3. Interacciones Electrodébiles	44
2.3.1. Interacción de Corrientes Neutras	45
2.3.2. Interacción de Corrientes Cargadas	45
3. Neutrinos	49
3.1. Conjugación de Carga y Paridad	51
3.2. Términos de masa	52
3.2.1. Número Leptónico.	55
3.2.2. Mezcla de Neutrinos	56
3.3. Oscilaciones de Neutrinos	56
3.3.1. Oscilaciones con dos sabores de neutrino.	58
3.3.2. Oscilaciones con tres sabores de neutrino.	59
3.4. Consideraciones experimentales	60
3.4.1. Experimento MiniBooNe	61
3.5. Ancho de decaimiento del Z	62
4. Materia oscura ultraligera y la masa del neutrino estéril.	63
4.1. El sector estéril.	63
4.2. Rompimiento espontáneo de la simetría.	65
4.3. Análisis de resultados.	73
A. Sistema de unidades	75
A.1. Unidades Naturales	75
A.2. Unidades Astronómicas	76
B. Grupos de norma del Modelo Estándar	79
B.0.1. El grupo $SU(N)$	79
B.1. El grupo $SU(3)$	79
B.2. El grupo $SU(2)$	81
B.3. El grupo $U(1)_Y$	81
Referencias	83

Índice de figuras

1.1.	Historia del Universo. Créditos: NASA / WMAP, https://map.gsfc.nasa.gov/media/060915/index.htm	
1.2.	Esquema de la Vía Láctea, se muestran los componentes principales de una galaxia espiral. Creditos: Pearson Education Inc.	20
1.3.	Luminosidades y curva de velocidad como función de la distancia desde el centro galáctico. De derecha a izquierda la galaxia NGC2403, NGC3198 y NG6503. La línea continua en las gráficas de velocidad es la curva de rotación calculada desde el perfil luminoso. Créditos: R. Sancisi y T. S. van Albada	21
1.4.	Cluster Bullet. Esta imagen compuesta muestra al cúmulo de galaxias 1E 0657-56, conocido como Cluster Bullet. El gas caliente detectado en rayos x por la colaboración Chandra, se representa en color rosa y contiene casi toda la materia bariónica de los dos cúmulos. El grupo en forma de bala a la derecha es el gas caliente que pasó a través del gas caliente del cumulo más grande durante la colisión. Las áreas en azul muestran el lugar en donde los astrónomos localizan a partir de las pruebas de lensing gravitacional, la mayor concentración de masa de los dos grupos de galaxias. La mayor parte de la materia en el Cluster (áreas en azul) está claramente separada de la materia bariónica (áreas en rosa), proporcionando evidencia directa de que la materia dominante en el cúmulo es materia oscura. Creditos: X-ray: NASA/CXC/CfA/M.Markevitch et al.; Optical: NASA/STScI; Magellan/U.Arizona/D.Clowe et al.; Lensing Map: NASA/STScI; ESO WFI; Magellan/U.Arizona/D.Clowe et al. http://chandra.harvard.edu/photo/2006/1e0657/	24
2.1.	Modelo Estándar	40

- 2.2. Diagrama del potencial (2.15). En a) se muestra en caso $\mu^2 > 0$ y en b) el potencial cuando $\mu^2 < 0$ 41

Índice de cuadros

1.1. Historia del Universo. Créditos: Cosimo Bambi y Alexandre D. Dolgov, 2016. [1]	8
2.1. Bosones de gauge asociados con los grupos de simetría del SM antes del SSB.	34
2.2. Ordenamiento de las familias fermiónicas.	36
2.3. Isospín e hipercarga débil.	37
2.4. Propiedades de transformación para los campos espinoriales del Modelo Estándar.	37
4.1. Números cuánticos de las partículas del sector estéril.	64
A.1. Unidades cosmológicas.	77

Resumen

Introducción

Objetivos

Proponer un candidato a materia oscura como campo escalar ultraligero que este motivado por el Modelo Estándar de Física de Partículas.

Construir un modelo físico en el contexto del Modelo Estándar de Física de Partículas, que permita explicar la existencia de un neutrino extra, que surge como posible explicación al exceso de eventos tipo electrón en los experimentos de oscilación de neutrinos y, que a su vez proporcione un candidato a materia oscura como campo escalar con masa del orden de $10^{-22}eV$.

Capítulo 1

El Modelo Estándar Cosmológico

1.1. Historia del Universo

El Modelo Estándar Cosmológico (CSM por sus siglas en inglés) provee una explicación muy exitosa de una gran cantidad de datos observacionales entre los cuales se encuentran la Ley de Hubble, la abundancia primordial de elementos ligeros y el fondo cósmico de microondas. Por lo que es, a la fecha, la teoría que mejor describe al Universo. Este modelo está basado en dos ingredientes fundamentales: el Modelo Estándar de física de partículas y la Relatividad General [1].

Sin embargo, aún tenemos un amplio repertorio de problemas que sugieren fuertemente la necesidad de nueva física; uno de ellos es la composición del Universo. De acuerdo a los resultados más recientes de la colaboración Planck [2], solo el 4.94 % del Universo está constituido de materia bariónica, alrededor del 26.5 % está formado por partículas débilmente interactuantes, denominadas *materia oscura*, que no pertenecen al Modelo Estándar de física de partículas (ver los capítulos 2 y 4). Mientras el 68.89 % restante del Universo, denominado *energía oscura* es completamente un misterio.

El origen de la asimetría materia antimateria que nos rodea es otro problema sin resolver, pues no puede ser explicada dentro de Modelo Estándar de física de partículas (SM por sus siglas en inglés), aunque el universo local es claramente dominado por la materia.

El nacimiento de la cosmología moderna puede marcarse en 1916, año en que Albert Einstein publica su teoría de la Relatividad General. Solo unos años después, en 1922 el físico y matemático ruso Alexander Friedmann de-

riva, de las ecuaciones de campo de la Relatividad General, las ecuaciones fundamentales para la descripción de la evolución del Universo, conocidas hoy en día como ecuaciones de Friedmann [3]. Las mismas ecuaciones y la predicción de la expansión del Universo fueron obtenidas independientemente por el sacerdote Belga Goerge Lemaitre en 1927 [4].

La cosmología moderna describe la dinámica del Universo entero a muy grandes escalas, donde la influencia de las galaxias individuales e incluso cúmulos de galaxias son meramente perturbaciones locales. Aun así, parece que para poder afirmar algo razonable sobre la forma o evolución del Universo, hace falta información detallada sobre la distribución de materia o las condiciones iniciales.

1.1.1. Ecuaciones de Friedmann

Las ecuaciones de Friedmann se basan en dos postulados sobre la naturaleza del Universo, el Principio Cosmológico y el Principio de Weyl. A saber,

Principio Cosmológico: A muy grandes escalas el Universo es homogéneo e isótropo en cualquier momento.

Principio de Weyl: La materia a escalas cosmológicas se comporta como un fluido perfecto, cuyas componentes se mueven a lo largo de geodésicas temporales, que no se intersectan, salvo (posiblemente) en un punto en el pasado.

Las ecuaciones que dictan la evolución del Universo se obtienen al introducir la métrica de Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker (FLRW), que es la métrica más general para describir un Universo homogéneo e isótropo (esto se mostró de manera independiente por Robertson en 1935 y Walker en 1936),

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right], \quad (1.1)$$

más la hipótesis de que el tensor de energía momento corresponde a un fluido perfecto de densidad total ρ y presión P en las ecuaciones de Einstein. Las coordenadas en las que está escrita la métrica de FLRW suelen llamarse coordenadas comoviles, ya que el tiempo t es el tiempo propio de un observador que se mueve con la expansión del Universo. c en (1.1) es la velocidad de la luz en el vacío, $a(t)$ es el factor de escala cosmológico, que establece las distancias en el Universo como función del tiempo y k , el parámetro de curvatura.

La primera ecuación de Friedmann establece lo siguiente,

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2}, \quad \text{con} \quad H \equiv \frac{\dot{a}}{a}, \quad (1.2)$$

en donde H es el parámetro de Hubble y G la constante de gravitación universal de Newton. Los puntos sobre a indican derivadas respecto a la coordenada temporal.

El parámetro de Hubble, mide la tasa de expansión del universo al tiempo t y, dado que este parámetro fue bastante incierto durante mucho tiempo, es común usar la expresión ¹

$$H = 100h \frac{km}{s \cdot Mpc}. \quad (1.3)$$

Reescribiendo la ecuación (1.2) en la forma

$$(\dot{a})^2 = \frac{8\pi G}{3} \frac{(\rho a^3)}{a} - kc^2, \quad (1.4)$$

podemos ver el significado de la constante k , la cual define la curvatura del Universo. Ya que la cantidad de materia total en el volumen en expansión permanece sin cambios, ρa^3 es constante. Entonces, tenemos tres posibilidades: si $k < 0$, \dot{a} crece asintóticamente hacia la velocidad de la luz, la expansión es indefinida y el Universo se dice abierto. Si $k > 0$, el Universo colapsa y se denomina cerrado. Si $k = 0$, entonces $\rho = \frac{3H^2}{8\pi G} \equiv \rho_c$, es la densidad crítica correspondiente a un Universo plano. Los Universos plano y abierto son espacialmente infinitos, por lo que pueden contener un número infinito de galaxias. Un universo cerrado es como una esfera tridimensional y tiene un volumen finito.

Suponiendo que el Universo es plano, $k = 0$, y que la materia se conserva, $\rho_0 a_0^3 = \rho_c a^3$, en donde a_0 y ρ_0 son el radio y la densidad crítica actual del Universo, podemos integrar la ecuación (1.4), para obtener lo siguiente

$$\frac{2}{3} \frac{d}{dt} (a^{3/2}) = \left[\frac{8\pi G}{3} \rho_0 a_0^3 \right]^{1/2} \Rightarrow a = (6\pi G \rho_0 a_0^3)^{1/3} t^{2/3} \quad (1.5)$$

por lo que

$$\rho_c = \rho_0 \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 = (6\pi G t^2)^{-1}. \quad (1.6)$$

¹Un parsec es una unidad astronómica de longitud, $1Mpc = 10^6 pc$. Consultar el apéndice A.

Una conclusión directa de las ecuaciones de Friedmann, es el modelo *Big Bang* del nacimiento del Universo según el cual, al tiempo $t = 0$ el Universo comenzó su expansión desde un plasma primordial infinitamente denso. Esta singularidad espacio temporal surge al considerar que el factor de escala a es nulo en $t = 0$, por lo que la densidad de materia (1.6) y energía deben ser infinitas. Sin embargo, una ruptura con la teoría clásica en la que se remueve la singularidad y se sustituye por efectos desconocidos de gravedad cuántica es más probable.

En el curso de la expansión del Universo la temperatura y la densidad de partículas del plasma primordial disminuyó, como consecuencia la tasa de reacción de las partículas decreció con el tiempo y en cierto punto algunas especies dejaron de interactuar con el resto del plasma, lo que permite la producción de reliquias, que de ser estables podrían sobrevivir hasta nuestros días. En la tabla 1.1 se encuentran resumidos los eventos más importantes en la historia del universo desde el Big Bang hasta nuestros días.²

Edad	Temperatura	Evento
0	∞	Big Bang (predicho por la Relatividad General Clásica)
$10^{-43}s$	$10^{19}GeV$	Era de Planck
$10^{-35}s$	$10^{16}GeV$	Era de Gran Unificación
?	?	Inflación
?	?	Bariogénesis
$10^{-11}s$	$246GeV$	Rompimiento de la simetría electrodébil
$10^{-5}s$	$200MeV$	Transición de fase de QCD
$1s - 15mn$	$0.05 - 1MeV$	Big Bang Nucleosíntesis
$60ka$	$1eV$	Igualdad materia-radiación
$370ka$	$0.3eV$	Recombinación y desacoplamiento del fotón
$0.2 - 1Ga$	$15 - 50K$	Reionización
$1 - 10Ga$	$3 - 15K$	Formación de estructura
$6Ga$	$4K$	Transición de un Universo desacelerado a uno acelerado
$9Ga$	$3K$	Formación del sistema solar
$13.8Ga$	$2.7K$	Actualidad
$ka=10^3$ años	$Ga=10^9$ años	K = Grados Kelvin

Cuadro 1.1: Historia del Universo. Créditos: Cosimo Bambi y Alexandre D. Dolgov, 2016. [1]

²Aunque la transición de fase electrodébil y de QCD puede esperarse de la física conocida, no hay pruebas de que el universo estuviera en algún momento a la misma temperatura.

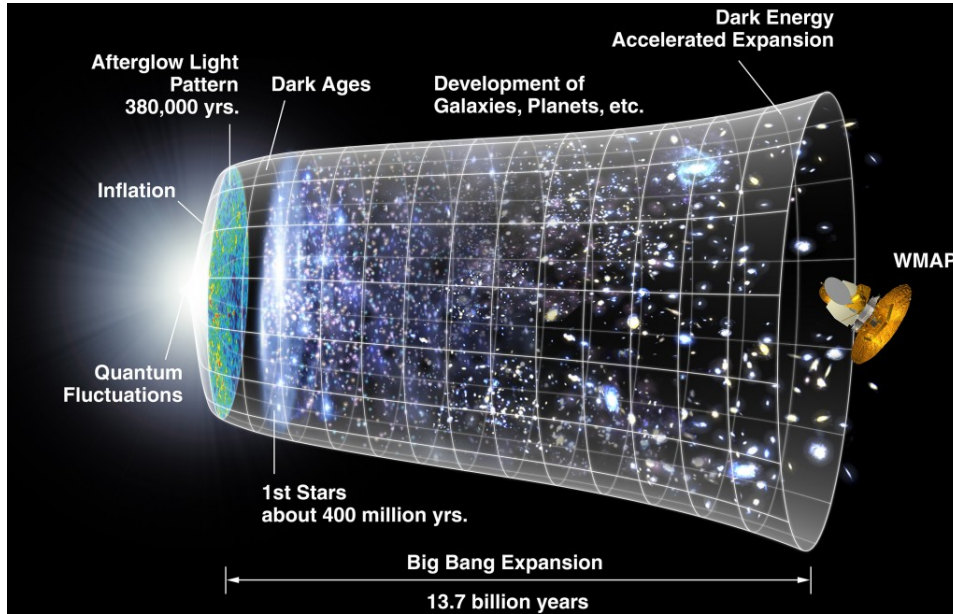


Figura 1.1: Historia del Universo. Créditos: NASA / WMAP, <https://map.gsfc.nasa.gov/media/060915/index.html>

1.1.2. Ley de Hubble

La ley de Hubble fue predicha por Lemaitre en 1927 [4] basándose en las ecuaciones de Friedmann y confirmada en 1929 por las observaciones astronómicas de Edwin Hubble [5], en las cuales se midió el valor de la tasa de expansión del Universo, es decir, el parámetro de Hubble H . El valor actual del parámetro de Hubble se denomina constante de Hubble y se denota por H_0 . La constante de Hubble no es una constante en el significado estricto de la palabra, esta cambia a medida que el Universo evoluciona.

La ley de Hubble establece una relación lineal entre la distancia geométrica $d(t)$ a la que se encuentra una galaxia y su velocidad de recesión v ,

$$v = H_0 d. \quad (1.7)$$

En realidad, la relación lineal entre la distancia y la velocidad solamente es válida a distancias pequeñas. En general, la relación entre ambos está determinada por el parámetro de Hubble $H(t)$ definido en la ecuación (1.2).

El valor más reciente para h en (1.3) es $0.6732 \pm 0.006 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, de acuerdo a lo reportado por la Colaboración Planck [2].

Las observaciones de Hubble se basaron en la medición del parámetro del corrimiento al rojo z de galaxias lejanas, que está definido como

$$1 + z = \frac{\lambda_d}{\lambda_e}, \quad (1.8)$$

donde $\lambda_{e,d}$ son las longitudes de onda en el momento de emisión y detección. Para el caso cosmológico, en donde la longitud de onda cambia con la expansión del Universo,

$$z = \frac{H_0}{c} d = \frac{\dot{a}(t)}{a} \frac{d}{c}. \quad (1.9)$$

Un estimado simple de la edad del Universo, el tiempo desde el principio de la expansión hasta nuestros días, puede realizarse suponiendo una tasa de expansión constante, de esta manera la edad del Universo es simplemente el inverso de la constante de Hubble $1/H_0 \simeq 14$ mil millones de años. Un estimado más aproximado requiere el conocimiento del contenido energético del Universo, pues de acuerdo a las ecuaciones de Friedmann, el parámetro de Hubble depende de la densidad de energía ρ y la constante k .

1.1.3. Problemas de la constante cosmológica.

La evolución del Universo está gobernada por la ecuación de aceleración, también llamada segunda ecuación de Friedmann,

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3P}{c^2} \right), \quad (1.10)$$

en donde ρ es la densidad y P es la presión de la materia. Las ecuaciones de Friedmann predicen inevitablemente que el Universo se está expandiendo o contrayendo. Como se puede ver en (1.10), una presión positiva desacelera la expansión y lo mismo pasa con la densidad. En el caso de la materia ordinaria o bariónica $(\rho + 3P/c^2) \geq 0$, por lo tanto $\ddot{a} \leq 0$, indicando que el Universo debe desacelerarse.

Antes del descubrimiento de la ley de Hubble de la expansión cosmológica, se pensaba que el Universo era eterno y estático. Para resolver la contradicción entre la predicción de la Relatividad General de un Universo no estacionario y la errónea creencia común, Einstein introdujo la llamada *constante cosmológica* Λ , para obtener un Universo estático. Esta nueva constante corresponde a una densidad de energía en el fondo del universo, con ella las ecuaciones de Friedmann son

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda c^2}{3} - \frac{kc^2}{a^2} \quad (1.11)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right) + \frac{\Lambda c^2}{3}.$$

Después del descubrimiento de Hubble la constante fue removida. Sin embargo a finales del siglo XX, el proyecto Supernova Cosmology y el equipo de investigadores de Supernova High-Z observaron el corrimiento al rojo de supernovas tipo Ia para estudiar la expansión del Universo [7]. Sorpresivamente, encontraron que el Universo se está acelerando, no desacelerándose como se esperaba de las ecuaciones de Friedmann con materia ordinaria. Por este descubrimiento el equipo de líderes de estos proyectos Saul Perlmutter, Brian Schmidt y Adam Riess recibieron el premio Nobel de Física en 2011.

Las observaciones pueden ser explicadas con una pequeña constante cosmológica positiva. La tasa de expansión del Universo puede ser causada por algún tipo de materia exótica uniformemente distribuida sobre todo el Universo, que de manera genérica es llamada *energía oscura* y se comporta como un fluido perfecto que satisface la ecuación de estado $P = -\rho$, donde P es la presión y ρ la densidad de energía.

En este punto, es importante remarcar que cuando $\Lambda = 0$ un Universo cerrado se expande hasta cierto momento en que empieza a colapsar, mientras que los Universos abierto y plano se expanden siempre. Si $\Lambda \neq 0$ entonces el valor de k no determina el destino del Universo.

Un parámetro usado comúnmente en cosmología es *el parámetro de densidad*, que se define como el cociente entre la densidad de energía total ρ y la densidad crítica ρ_c de un Universo plano, $\Omega \equiv \frac{\rho}{\rho_c}$. Además, Ω se descompone en *parámetros de densidad parciales* que son las componentes del fluido perfecto. Al reescribir la primera ecuación en (1.11) para la época actual, el subíndice cero en los parámetros indica su valor actual, obtenemos

$$1 = \frac{8\pi G}{3H^2}\rho + \frac{\Lambda c^2}{3H^2} - \frac{kc^2}{a^2H^2} = \Omega_m + \Omega_\Lambda + \Omega_k, \quad (1.12)$$

de donde definimos los parámetros de densidad parciales,

$$\Omega_m = \frac{8\pi G}{3H_0^2}\rho_0, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}, \quad \Omega_k = -\frac{kc^2}{a_0^2H_0^2}. \quad (1.13)$$

Un Universo espacialmente plano es descrito por $\Omega = 1$, uno abierto con $\Omega < 1$ y uno cerrado con $\Omega > 1$. En nuestro Universo $\Omega = \Omega_m + \Omega_\Lambda \simeq 1$, dado que las observaciones indican que $k \simeq 0$. $\Omega_m = 0.3111 \pm 0.0056$ es la contribución debida a la materia, que incluye a la materia bariónica Ω_B y la materia oscura Ω_c , $\Omega_\Lambda = 0.6889 \pm 0.0056$ es la contribución debida a la constante cosmológica³. Note que, mientras ρ_Λ es una constante, ρ_m disminuye con la expansión del Universo de manera proporcional a a^{-3} .

1.1.4. Big Bang Nucleosíntesis

La teoría de la producción de elementos ligeros en el Universo temprano fue propuesta por Alpher y Gamow en 1948. Según ésta, la nucleosíntesis comenzó cuando el Universo tenía apenas 1s de edad y la temperatura del plasma primordial era cercana a $1MeV$.

En los primeros tiempos posteriores a la singularidad, la densidad de materia y la temperatura eran suficientemente altas para que el Universo se encontrará en equilibrio térmico, en esta época, esperamos que la densidad de radiación ρ_r domine la dinámica del Universo. Dado que la densidad de materia ρ_m es proporcional a a^{-3} , pero la expansión del Universo produce un corrimiento al rojo en la longitud de onda de la radiación proporcional a a^{-1} , ρ_r debe ser proporcional a a^{-4} . Por lo que, en los tiempos posteriores a la singularidad se espera que

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_r \sim a^{-4}, \quad (1.14)$$

en donde se ha despreciado el término con el parámetro de curvatura, que es proporcional a a^{-2} . Entonces sustituyendo $\rho_{0r}a_0^4 = \rho_r a^4$ en (1.14),

$$(\dot{a})^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_{0r}a_0^4)a^{-2} \Rightarrow a\dot{a} = \left(\frac{8\pi G}{3}\rho_{0r}a_0^4\right)^{1/2} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}a^2, \quad (1.15)$$

por lo que, integrando en el tiempo y despejando

$$a = \left(\frac{32\pi G}{3}\rho_{0r}a_0^4\right)^{1/4} t^{1/2}, \quad (1.16)$$

y finalmente

$$\rho_r = \rho_{0r}\frac{a_0^4}{a^4} = \frac{3}{32\pi G}t^{-2}. \quad (1.17)$$

³Consultar la referencia [2] p. 15

También podemos escribir la densidad de radiación en términos de la temperatura de acuerdo a la Ley de Stefan Boltzmann,

$$\rho_r = \alpha T_r^4, \quad (1.18)$$

T_r es la temperatura durante la era de radiación, σ es la constante de Stefan Boltzmann y $\alpha = 4\sigma/c = 7,5659 \times 10^{-16} \frac{J}{m^3 K^4}$. Por lo que

$$T_r = \left(\frac{3}{32\pi G\alpha} \right)^{1/4} t^{-1/2} = \frac{10^{10} K}{t^{1/2}}. \quad (1.19)$$

Cuando $t \rightarrow 0$, $a \rightarrow 0$ y $T_r \rightarrow \infty$, por lo que el Universo debe haber comenzado de una gran explosión muy caliente. La materia y el fondo cósmico de microondas son las dos principales reliquias de esta gran explosión.

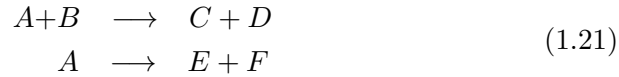
La constante de proporcionalidad que liga a T_r y $t^{-1/2}$ se modifica si otras partículas están presentes, en ese caso depende del número de especies de partículas y sus espines.

En $t = 1s$, $T \sim 10^{10} K$ y la energía del fotón promedio es $E_\gamma = 2.7 K_B T = 2.6 MeV$, K_B es la constante de Boltzmann, en este tiempo es posible la producción de pares electrón (e^-) positrón (e^+).

Siempre que $K_B T_r > m_0 c^2$, hay suficiente energía para crear partículas cuya masa en reposo sea m_0 . El tiempo disponible para estas reacciones es del orden de la edad del Universo

$$\tau \simeq H^{-1} = \frac{\dot{a}}{a}. \quad (1.20)$$

Todas las partículas con energía de masa en reposo $m_0 c^2$ más pequeña que $K_B T_r$ se crean y destruyen continuamente. Sin embargo, a medida que el Universo evoluciona, $K_B T_r$ se vuelve más pequeño que $m_A c^2$ y la partícula A desaparece completamente de la escena debido a reacciones como



o la reacción de aniquilación

$$A + \bar{A} \longrightarrow 2\gamma. \quad (1.22)$$

que ocurre enteramente hacia la derecha.

Debido a que la temperatura y la densidad disminuyen, todos los tiempos de reacción aumentan, y lo hacen más rápido de lo que el universo envejece. Como resultado, en toda la red de reacciones que crean y / o destruyen a la

partícula A, algunas conexiones se vuelven estériles. A este proceso también se le suele llamar desacoplamiento o congelamiento de la partícula A.

Plasma de Quark-gluon

La historia comienza cuando el Universo aún no alcanza los $10^{-7}s$ de edad, la temperatura es de aproximadamente $10^{13}K$ y el Universo consiste de un plasma de quark-gluon extremadamente denso compuesto principalmente por quarks, leptones y bosones de norma, todos ellos en cantidades comparables.

Se cree que el plasma de quark-gluon está sujeto a una transición de fase y condensa en hadrones muy cerca de $10^{12}K$. Poco después de la transición de fase solo los hadrones más ligeros permanecen (p, \bar{p}, n, \bar{n} y algunos mesones). La temperatura desciende aún más y los p, \bar{p}, n y \bar{n} se aniquilan de acuerdo a (1.22).

Al final de la era del hadrón, alrededor de $t = 10^{-4}s$, los últimos mesones y los leptones más pesados también decaen. El Universo entonces, consiste de fotones, neutrinos, e^+ y e^- en cantidades abundantes y se expande exponencialmente.

La era del leptón

El equilibrio térmico entre $e^\pm, \nu, \bar{\nu}$ y fotones se mantiene por la dispersión de fotones y neutrinos en e^\pm y a través de las reacciones como

$$\nu + \bar{\nu} \longleftrightarrow e^+ + e^- \longleftrightarrow 2\gamma. \quad (1.23)$$

El equilibrio de estas partículas con p y n se mantiene por las reacciones,

$$\begin{aligned} p + e^- &\longleftrightarrow n + \nu_e \\ n + e^+ &\longleftrightarrow p + \bar{\nu}_e \\ n &\longleftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \end{aligned} \quad (1.24)$$

estas reacciones dejan el número de neutrones más protones invariante. Tres importantes eventos tienen lugar durante la era del leptón:

- A $T_r \sim 3 \times 10^{10}K$ el neutrino se desacopla porque el tiempo de interacción entre e^\pm y los neutrinos se vuelve del orden de H .
- El ratio n_n/n_p está determinado por el equilibrio térmico

$$\frac{n_n}{n_p} = \exp \left\{ -\frac{(m_n - m_p)c^2}{K_B T_r} \right\} \quad (1.25)$$

en donde $(m_n - m_p)c^2 \simeq 1.3MeV$. En el comienzo de la era del leptón tenemos $K_B T_r \gg (\Delta m)c^2$ por lo que $n_n \simeq n_p$, la diferencia de masa entre p y n no juegan ningún papel todavía. Alrededor de $T_r \simeq 3 \times 10^{10}K$ el ratio n_n/n_p comienza a decrecer y la tasa de reacción (1.24) se vuelve mayor que la edad del universo así que el equilibrio (1.25) no puede mantenerse más [10].

- Los electrones y positrones comienzan a desaparecer por aniquilación cuando T_r decae por debajo de $6 \times 10^9 K$.

1.1.5. Fondo Cósmico de Microondas

El Fondo Cósmico de Microondas (CMB por sus siglas en inglés) fue predicho por Gamow en 1946 y accidentalmente detectado por Penzias y Wilson en 1965, quienes trabajaban en un experimento de comunicación satelital. Esto les mereció el premio Nobel de 1978, dado que es una de las evidencias más importantes de la teoría del Big Bang como el origen del Universo.

Después del Big Bang Nucleosíntesis (BBN), el plasma primordial consistía predominantemente de fotones, protones, núcleos de helio-4 y electrones (época denominada de ionización). La abundancia de otros núcleos ligeros era bastante baja. Los neutrones se encontraban ligados a los núcleos o decaían. Los neutrinos se habían desacoplado del plasma en el enfriamiento de las interacciones débiles. Las partículas de materia oscura ya se encontraban presentes pero ellas no interactuaban con el plasma primordial [1]. El Universo continuó su expansión y la temperatura decreció. Los electrones y protones pudieron eventualmente formar hidrogeno neutral, a este proceso se le conoce como *recombinación*. Entonces las partículas cargadas desaparecieron del plasma, los fotones se desacoplaron de la materia y comenzaron a propagarse libremente por todo el Universo. Estos fotones, observados hasta nuestros días, constituyen la radiación del fondo cósmico de microondas.

El equilibrio entre la ionización y la recombinación del Universo está descrito por la ecuación de Saha,

$$\frac{x^2}{1-x} = \frac{(2\pi m_e K_B T)^{3/2}}{n h^3} e^{(-E_{ion}/K_B T)}, \quad (1.26)$$

en donde x es la fracción ionizada, m_e es la masa del electrón, n es la densidad numérica de electrones, h la constante de Planck y $E_{ion} \simeq 13.6eV$ es el potencial de ionización del hidrogeno. La ecuación de Saha solo es válida para el equilibrio térmico y toma en cuenta únicamente la reacción



H en la relación anterior denota al átomo de hidrogeno. Dado que la relación (1.26) tiene cambios drásticos en $T \sim 3 \times 10^3 K$ se asocia esta temperatura con el momento del desacoplamiento del fotón, usando la ecuación (1.19) se puede calcular la edad del Universo en el momento del desacoplamiento, de donde se obtiene el valor aproximado de 350 mil años (para más información consultar la referencia [8], p. 340-341).

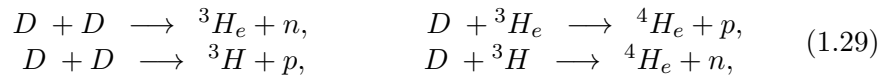
1.1.6. Abundancia primordial de elementos ligeros

La abundancia de elementos ligeros depende del cociente entre la densidad de bariones y la densidad de fotones, por lo que permite la determinación de esta cantidad. Si la abundancia no es reconciliable con el Big Bang, entonces podrían ser necesarios efectos exóticos debidos a nuevas partículas para acortar la diferencia.

Al final de la era del Leptón la estructura del Universo es muy simple, su geometría es plana ($k = 0$) y contiene una mezcla homogénea de fotones y neutrinos, con pequeñas fracciones de e^- , p y n . Durante la siguiente y más larga fase del Big Bang se crean los elementos más pesados que el hidrogeno. El helio podría existir desde la era del leptón, pues su energía de unión es de $28 MeV \simeq 3 \times 10^{11} K$, pero los núcleos más ligeros que se necesitan para que la fusión de helio sea posible aún no están disponibles, pues sus energías de enlace son más pequeñas que $K_B T_r$ en ese momento. La formación de helio a través de la colisión de cuatro partículas es extremadamente rara. Por lo tanto los núcleos más pesados solo pueden ser formados en colisiones secuenciales de dos partículas. El primer paso en este proceso, el deuterio D , determina la tasa de síntesis debido a su pequeña energía de enlace ($\sim 2.2 MeV$) y la gran sección eficaz para la disociación del fotón. Solo cuando $T_r \sim 10^9 K$ o equivalentemente $t \sim 10s$, el equilibrio



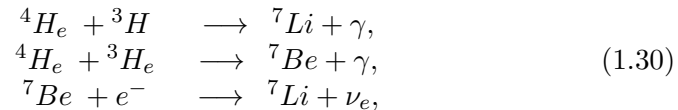
comienza a inclinarse hacia a la derecha. Una vez que D está disponible, otras reacciones de fusión siguen inmediatamente,



y el resultado es que virtualmente todos los neutrones terminan en 4H_e , solo una pequeña fracción en 3H_e y D .

El valor de $n_n/(n_n+n_p)$ es de 0.16 en el enfriamiento y decrece suavemente hasta 0.13 en el comienzo de la síntesis de helio debido al decaimiento β de los neutrones. Ya que casi todos los neutrones terminan en ${}^4\text{He}$, la fracción de masa del ${}^4\text{He}$ es igual a $Y = 2 \times n_n/(n_n + n_p) \simeq 0.26$.

La formación de elementos más pesados se va obstaculizando por la ausencia de núcleos estables. Algunos ${}^7\text{Li}$ y ${}^7\text{Be}$ se forman por las reacciones,



que requieren de los núcleos raros ${}^3\text{H}$ y ${}^3\text{He}$.

A medida que el Universo alcanza los 10mins de edad, la nucleosíntesis termina y comienza la era de radiación. El ${}^7\text{Be}$ también desaparece porque es inestable a la captura de electrones. Entonces, los productos de la nucleosíntesis en el Universo temprano son ${}^4\text{He}$ más un poco de D , ${}^3\text{He}$ y ${}^7\text{Li}$. Los elementos más pesados no se formaron porque no hubo tiempo. El universo tuvo que esperar hasta la llegada de la era estelar para que en los núcleos de las estrellas pudiera llevarse a cabo la síntesis del carbono y demás elementos pesados. Cabe señalar que las estrellas no pudieron crear las grandes cantidades de helio observadas actualmente, la nucleosíntesis estelar podría haber producido $Y \sim 0.04$ como máximo y en este caso, la distribución espacial debería ser grumosa y se agruparía alrededor de las regiones de formación estelar. Sin embargo se observa que la distribución de ${}^4\text{He}$ es homogénea, por lo tanto, el helio del Universo debe ser primordial.

La abundancia del deuterio en el medio estelar es muy importante porque durante la evolución estelar solo se destruye, nunca es creado. Entonces todas las medidas sobre esta abundancia son un límite inferior a la abundancia primordial.

Hemos visto que la abundancia del ${}^4\text{He}$ no depende fuertemente del valor de n_b/n_r , pero el de D , ${}^3\text{He}$ y ${}^7\text{Li}$ sí. Esto nos provee un método para determinar el valor de n_b/n_r , ya que este ratio es constante y n_{0r} es conocido, podemos inferir la densidad de bariones actual ρ_{0b} . El resultado es que la síntesis de elementos ligeros está en acuerdo con la abundancia observada si $\rho_{0b} = (3 \pm 1.5) \times 10^{-31} \text{gcm}^{-3}$ o $\Omega_b = 0.03 \pm 0.015$, que a su vez está de acuerdo con las mediciones recientes de la colaboración Planck.

1.1.7. Inflación

Si el Modelo Estándar Cosmológico se basará únicamente en el Modelo Estándar Mínimo de física de Partículas y en la Relatividad General,

presentaría graves problemas. Algunos de ellos se enuncian a continuación.

Problema del horizonte. Vemos que la anisotropía angular del CMB es muy pequeña, esto sugiere que diferentes partes del cielo estaban causalmente conectadas al momento de la última dispersión. Sin embargo, esto no es lo que se espera, basados en las ecuaciones de Friedmann para un Universo dominado por materia o radiación.

Segundo, las observaciones muestran que el Universo es geoméricamente plano [2], $k = 0$ en la ecuación de Friedmann (1.2). Pero como se puede ver de las ecuaciones de Friedmann dominadas por materia usual, una fuerte separación de la geometría plana se debe desarrollar con el tiempo, por lo que el Universo tendría que estar extremadamente ajustado para ser plano desde el principio. Este ajuste es antinatural e incrementa el llamado problema de la planitud.

Tercero, necesitamos un mecanismo para generar inhomogeneidades primordiales a escalas cosmológicas grandes que serán las semillas de las futuras galaxias.

Más allá del marco de referencia del MSM de física de partículas, se espera la formación de peligrosas reliquias en tiempos muy tempranos. Estas reliquias podrían ser partículas muy pesadas o defectos topológicos, las cuales podrían forzar al Universo a recolapsar muy temprano.

Una manera de resolver el problema del horizonte, el de la planitud y las reliquias peligrosas es postular un periodo de expansión cosmológica exponencial, llamado *Inflación*. La inflación fue sugerida en 1979 por Kazanas y Starobinsky, pero fue hasta 1982 cuando Linde e independientemente Albrecht y Steinhardt, sugirieron el nuevo modelo inflacionario que introdujo un campo dinámico llamado inflatón para producir la expansión exponencial del Universo. Por el momento el Modelo Estándar de Física de Partículas no cuenta con un candidato a inflatón.

1.1.8. Bariogénesis

La materia y la antimateria presentan propiedades muy similares, por ello, es natural esperar un Universo simétricamente compuesto de materia y antimateria. Sin embargo, si existieran grandes regiones de antimateria en nuestro vecindario, se produciría radiación electromagnética de alta energía, creada por la aniquilación materia-antimateria, pero este fenómeno no ha sido observado.

La cantidad de antimateria en el Universo es muy pequeña y el Universo local es claramente dominado por materia. Lo anterior puede ser resultado de la producción de antipartículas por colisiones de alta energía en el es-

pacio, de otra manera esta asimetría debería ser tratada con el paradigma inflacionario, sin embargo una minúscula asimetría inicial no sería viable, debido a que en la expansión exponencial del Universo, cualquier asimetría inicial sería suprimida.

El termino Bariogénesis es usado para indicar la asimetría entre bariones (básicamente protones y neutrones) y antibariones (antiprotones y antineutrones). En 1967 Andrei Sakharov señaló tres ingredientes, hoy día conocidos como Principios de Sakharov, para producir una asimetría materia antimateria desde un Universo inicialmente simétrico. A saber,

- Violación de número bariónico
- Violación de C y CP
- Interacciones fuera del equilibrio térmico.

1.2. Evidencia experimental de Materia Oscura

En 1933 el astrónomo suizo Fritz Zwicky sugirió que la mayor parte de la masa en el cúmulo Coma estaba hecha de materia no luminosa [6]. Esto después de estimar la masa total del cúmulo desde el movimiento aparente de algunas de sus galaxias, la cual resulta mucho mayor que la masa total calculada a partir del brillo de las galaxias. Este fue el primer indicio de que la mayor parte de la materia en el universo no tenía la forma de la materia bariónica ordinaria. Esta hipótesis fue reforzada por la medición de las curvas de rotación galácticas. Sin embargo, el interés por el tema incrementó en la década de los 70's con la llegada de los cálculos numéricos de precisión de la abundancia de elementos ligeros primordiales (Ver la sección 1.1.6). Mientras que la cantidad de materia predicha por Big Bang Nucleosíntesis, que cuenta solo materia ordinaria, esto es protones y neutrones, es aproximadamente 5% respecto a la energía total de un Universo plano (con $k = 0$ en 1.2), los datos observacionales basados en los efectos de la fuerza gravitacional estimaban de la masa de galaxias y cúmulos algo como el 30%.

1.2.1. Curvas de rotación galácticas

La cantidad de materia en una galaxia, puede ser inferida de la curva de velocidad rotacional de las nubes de gas alrededor de la galaxia. La curva de velocidades es la gráfica de la rapidez orbital de las estrellas visibles o el gas en el disco de una galaxia, como función de la distancia radial desde el centro galáctico. La velocidad v , como función de la distancia radial desde el

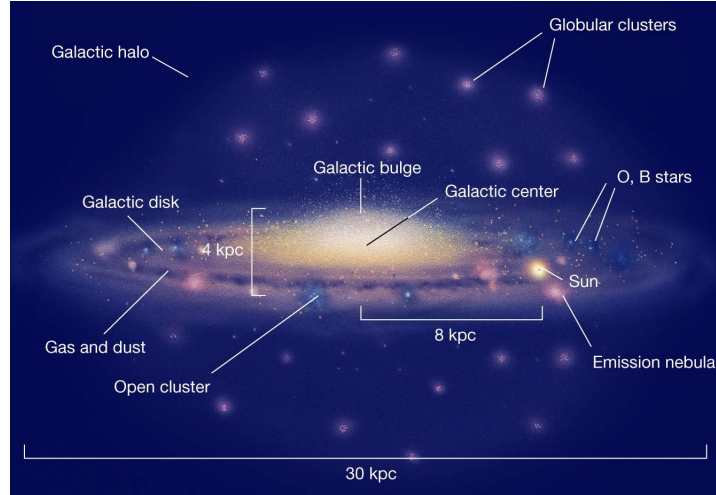


Figura 1.2: Esquema de la Vía Láctea, se muestran los componentes principales de una galaxia espiral. Creditos: Pearson Education Inc.

centro galáctico r , puede ser calculada con el desplazamiento Doppler de las líneas espectrales. Por otro lado, de la mecánica newtoniana sabemos que la velocidad radial de una partícula orbitando una distribución de masa, es descrita por

$$\frac{v(r)^2}{r} = \frac{GM(r)}{r^2} \quad \Rightarrow \quad v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \quad (1.31)$$

donde $M(r)$ es la masa total dentro del radio r . Si las estrellas fueran la principal contribución a la masa de la galaxia, a distancias muy grandes, más allá de la galaxia visible, se espera que $v \sim r^{-1/2}$. Sin embargo en la región externa de la galaxia se observa $v \sim \text{constante}$, lo que a su vez implica que $M(r) \sim r$.

Las mediciones de precisión de las curvas de rotación galácticas, también llamadas curvas de velocidad, comenzaron en los años 70's con galaxias espirales. En el caso de galaxias espirales, que consisten de un bulto central y un delgado disco (ver la figura 1.2), se encuentra que v incrementa linealmente a radios pequeños y luego permanece constante. Por el contrario, la superficie luminosa del disco decae exponencialmente (Ver la figura 1.3 y para mayor información consultar [11]) Las mediciones sugieren la existencia de un halo de materia oscura que rodea a cada galaxia, cuya masa es aproximadamente diez veces más grande que la masa de las estrellas visibles en el disco.

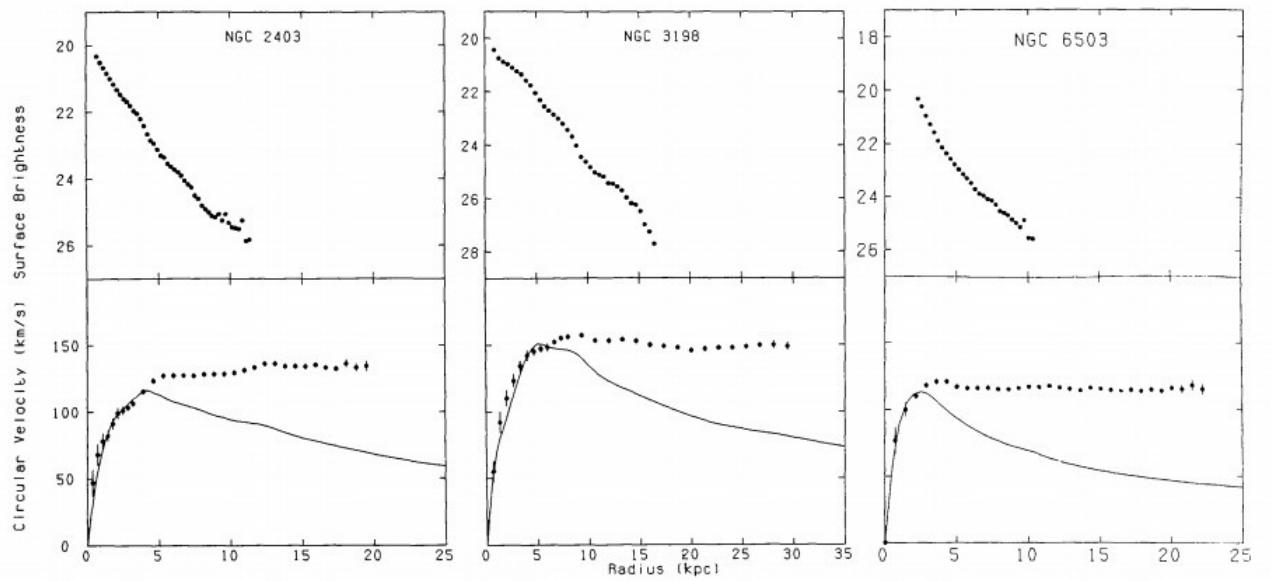


Figura 1.3: Luminosidades y curva de velocidad como función de la distancia desde el centro galáctico. De derecha a izquierda la galaxia NGC2403, NGC3198 y NG6503. La línea continua en las gráficas de velocidad es la curva de rotación calculada desde el perfil luminoso. Créditos: R. Sancisi y T. S. van Albada

1.2.2. Formación de estructura

La formación de estructura tiene su inicio a finales del periodo inflacionario y se basa en la idea de que una densidad de materia muy concentrada puede recolapsar bajo su propia gravedad. Lo anterior ocurre si el tiempo para la contracción gravitacional $G_\rho^{-1/2}$ es más corto que el tiempo L/v , requerido para una corrección en la presión, L es el tamaño de la región y v la velocidad del sonido. A este efecto se le llama la inestabilidad de Jeans y está descrito por las ecuaciones,

$$L_J = V \left(\frac{\pi}{G_\rho} \right)^{1/2}, \quad T_J = G_\rho^{-1/2}. \quad (1.32)$$

Las concentraciones de masa más grandes que la longitud de Jeans L_J colapsarán en una escala de tiempo T_J , las más pequeñas oscilarán con un periodo T_J . La inestabilidad de Jeans se frena drásticamente por la expansión. El factor π se obtiene de cálculos detallados.

Consideremos un concentrado de masa esférico y homogéneo de densidad ρ_i y factor de escala a_i que difiere del resto del Universo. La idea es que el mundo exterior sigue evolucionando imperturbablemente como un Universo plano que no nota la concentración de masa interna, mientras esta sea esféricamente simétrica. El concentrado de masa interno no se expande tan rápido como el flujo de Hubble ⁴, pero si alcanza su expansión máxima y colapsa, llevando eventualmente a la formación de galaxias o de un cúmulo. Podemos describir la evolución de la perturbación por dos ecuaciones de la forma

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\kappa\rho, \quad \frac{\ddot{a}_i}{a_i} = -\kappa\rho_i \quad (1.33)$$

en donde $\kappa = 4\pi G/3$. La constante cosmológica puede ser ignorada en el universo temprano. Aplicando conservación de masa $\rho_i a_i^3 = \rho a^3$ y tomando $\rho_i = \rho + \delta\rho$, $a_i = a + \delta a$, obtenemos la siguiente relación

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = -\frac{3\delta a}{a} \equiv x. \quad (1.34)$$

Al sustituir la relación anterior en las ecuaciones (1.33), se obtiene,

$$\ddot{x} + \frac{2\dot{a}}{a}\dot{x} + \frac{3\ddot{a}}{a}x = 0. \quad (1.35)$$

⁴Todas las galaxias se alejan de nosotros con una velocidad, en promedio proporcional a la distancia, pero independiente de la dirección (ley de Hubble). Esta expansión universal se conoce como el flujo de Hubble.

Para un universo plano en la era de la materia $a \propto t^{2/3}$, por lo que $\frac{\dot{a}}{a} = \frac{2}{3t}$ y $\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{2}{9t^2}$, entonces conseguimos la siguiente relación,

$$\ddot{x} + \frac{4}{3t}\dot{x} + \frac{2}{3t^2}x = 0. \quad (1.36)$$

Proponiendo una solución de la forma $x = t^m$, tenemos que $m = -1$ o $m = 2/3$. Esto es $x_1 = t^{-1}$ y $x_2 = t^{2/3} \propto a$. Entonces, de la solución x_1 tenemos $\frac{\delta\rho}{\rho} = t^{-1}$ es una perturbación que se expande más rápido de lo que el Universo envejece pero termina conectándose al flujo de Hubble cuando $t \rightarrow \infty$. La segunda solución x_2 nos lleva a la conclusión de que en la era de materia $\frac{\delta\rho}{\rho}$ crece como $t^{2/3}$ mientras $\frac{\delta\rho}{\rho} \ll 1$ ⁵.

El CMB proporciona información sobre el valor de $\delta\rho$ en el momento de la recombinación. Antes del desacoplamiento, la compresión adiabática genera una perturbación de la temperatura en respuesta a una variación de la densidad de bariones,

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{1}{3} \left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)_B. \quad (1.37)$$

Actualmente la diferencia de temperatura del fondo cósmico de microondas entre dos direcciones separadas por un grado es aproximadamente 3×10^{-5} lo que implica que $(\delta\rho/\rho)_{B,rec} \sim 10^{-4}$, esto muestra que el universo es muy homogéneo durante la recombinación y podemos calcular el valor de $(\delta\rho/\rho)_B$ en el presente, con la relación

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)_{0B} \simeq 10^3 \left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)_{B,rec} \sim 0.1. \quad (1.38)$$

Esto indica que $(\delta\rho)_{0B} \sim 0.1\rho_{0B}$, así que no podríamos tener galaxias en la actualidad, en obvio conflicto con los hechos. La conclusión es que la formación de estructura en un Universo lleno de bariones, electrones y fotones no puede proceder de esta manera. Necesitamos de la materia oscura no bariónica para ensanchar el valor inicial de $(\delta\rho/\rho)_B$.

1.2.3. El cúmulo Bala

En 2003 los resultados de lensing gravitacional, que es el estudio de la distorsión de la luz que proviene de objetos distantes debido a la intervención de la materia, del Cluster Bullet (cúmulo Bala) proporcionaron fuerte

⁵Para un desarrollo más detallado consultar la referencia [10] p. 205

evidencia de la existencia de materia oscura no bariónica. El Cluster Bullet es un sistema compuesto por un cúmulo y un pequeño subcúmulo que se formó después de la colisión de dos grandes grupos de galaxias hace aproximadamente 150 millones de años. Este es el evento más energético conocido en el Universo desde el Big bang.

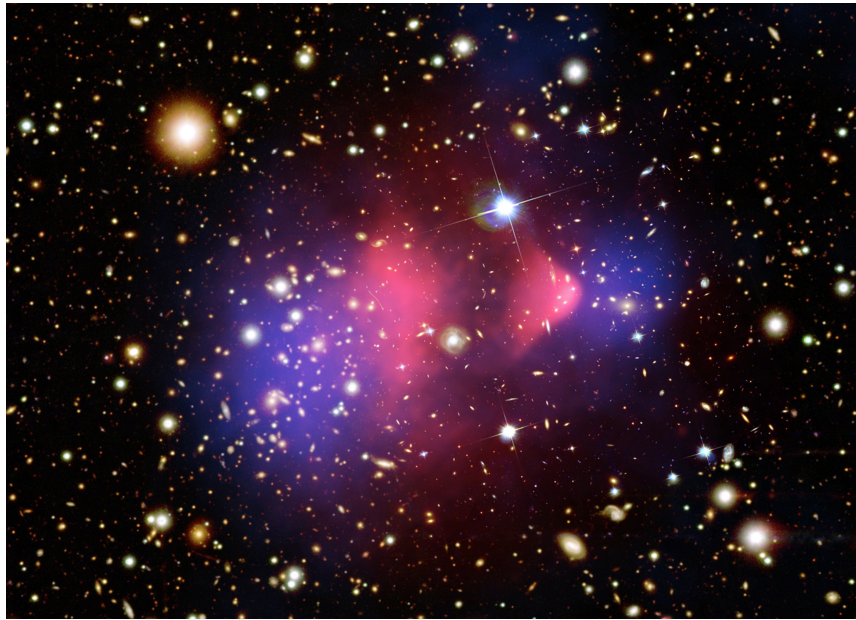


Figura 1.4: Cluster Bullet. Esta imagen compuesta muestra al cúmulo de galaxias 1E 0657-56, conocido como Cluster Bullet. El gas caliente detectado en rayos x por la colaboración Chandra, se representa en color rosa y contiene casi toda la materia bariónica de los dos cúmulos. El grupo en forma de bala a la derecha es el gas caliente que pasó a través del gas caliente del cúmulo más grande durante la colisión. Las áreas en azul muestran el lugar en donde los astrónomos localizan a partir de las pruebas de lensing gravitacional, la mayor concentración de masa de los dos grupos de galaxias. La mayor parte de la materia en el Cluster (áreas en azul) está claramente separada de la materia bariónica (áreas en rosa), proporcionando evidencia directa de que la materia dominante en el cúmulo es materia oscura. Creditos: X-ray: NASA/CXC/CfA/M.Markevitch et al.; Optical: NASA/STScI; Magellan/U.Arizona/D.Clowe et al.; Lensing Map: NASA/STScI; ESO WFI; Magellan/U.Arizona/D.Clowe et al. <http://chandra.harvard.edu/photo/2006/1e0657/>

Las observaciones de lensing gravitacional, que mapea la distribución de materia gravitante y las observaciones con rayos x, que miden la distribución del gas caliente en el cúmulo (el principal componente de la materia bariónica en el cúmulo), muestran un desplazamiento significativo entre el centro de masa total y el centro de masa de la materia bariónica.

Los resultados indican que durante la colisión, el gas caliente de los cúmulos individuales fue frenado por una fuerza de arrastre, similar a la resistencia del aire. En contraste, la materia oscura no fue arrastrada por el impacto porque está no interactúa directamente consigo misma o con el gas, solo lo hace a través de la gravedad. Por lo que, después de la colisión, la materia oscura se agrupó por delante del gas caliente produciendo la separación entre materia oscura y la materia normal, que a su vez ocasionó un desplazamiento entre el centro de masa total y el centro de masa de la materia bariónica, ver la figura (1.4). Las estrellas en las galaxias, observadas en luz visible, no fueron significativamente afectadas durante la colisión.

Si el gas caliente fuera la componente más masiva en el cúmulo, como proponen las teorías alternativas de gravedad, tal efecto no debería ocurrir. El desplazamiento entre los dos centros de masa desfavorece fuertemente la hipótesis de gravedad modificada a escalas de *kpc* y muestra que se requiere de la materia oscura.

1.3. Candidatos a materia oscura

Los candidatos a materia oscura pueden ser agrupados en tres clases, materia oscura fría (Cold dark matter, CDM), materia oscura tibia (warm dark matter, WDM), y materia oscura caliente (hot dark matter, HDM). La característica que permite clasificar a un candidato dentro de uno u otro grupo es la distancia que tal partícula viaja antes de que desacelere hasta velocidades no relativistas, cuando $mc^2 \sim K_B T$, a esta distancia se le llama *longitud de transición libre*. Usando la ecuación (1.19) para relacionar la temperatura con el tiempo, podemos determinar la distancia viajada $d \sim ct$. Luego la masa total en un volumen d^3 es $M = m\eta d^3$, con η la densidad numérica de la partícula de masa m a la temperatura T .

Los candidatos de CDM tienen la longitud de transición libre mucho más corta que el tamaño típico de una protogalaxia. Los candidatos de WDM tienen longitud de transición libre del orden del tamaño típico de una protogalaxia, mientras que la longitud de transición libre de los candidatos de HDM, es mucho mayor que el tamaño típico de una protogalaxia.

La longitud de transición libre de las partículas es un parámetro cru-

cial en la teoría de formación de estructura, la cual estudia la formación de galaxias, cúmulos de galaxias y supercúmulos. Lo anterior debido a que las fluctuaciones en la densidad primordial con longitudes de onda más cortas que la longitud de transición libre son borradas por el movimiento de las partículas desde las regiones superdensas a las de menor densidad, permitiendo la formación de estructuras muy grandes que posteriormente se deben fragmentar en galaxias, como es el caso de materia oscura caliente. En el caso de materia oscura fría, primero son formadas las estructuras pequeñas que posteriormente se agrupan para formar las estructuras más grandes. Las observaciones de alto corrimiento al rojo, favorecen los modelos con materia oscura fría pues se observa que las galaxias se formaron primero y los cúmulos y supercúmulos fueron formados tiempo después.

Entre los modelos que proponen candidatos a materia oscura, se encuentran los de las partículas masivas débilmente interactuantes (WIMP). Estas partículas interactúan a través de la fuerza nuclear débil o con alguna fuerza de intensidad similar con la materia bariónica. Estos candidatos pueden tener una masa entre GeV y TeV , además pueden ser producidos en colisionadores de partículas. Si consideramos partículas con masas del orden de $100GeV$ a $1TeV$ sujetos a la fuerza nuclear débil en el plasma primordial, estas deberían desacoplarse a una temperatura del orden de $10GeV$ y su abundancia es consistente con $\Omega_m \sim 0.3$, que es el valor requerido en la actualidad.

1.3.1. MACHO

Una vez confirmada la hipótesis de que la mayor parte de materia en el Universo es no luminosa, las observaciones astronómicas se enfocaron en la búsqueda de objetos no luminosos o de poca intensidad, como agujeros negros, estrellas de neutrones, débiles enanas blancas, planetas y cuerpos similares a los cuales se les dio el nombre colectivo de *objetos compactos de halo astrofísicamente masivos* o por sus siglas en inglés *MACHO*.

La inspección astronómica por microlente gravitacional intentando encontrar MACHOs tuvo éxito en el descubrimiento de tales objetos con masas del orden de la masa solar, pero su cantidad es muy pequeña como para constituir toda la materia invisible necesaria para explicar los datos observacionales [12].

1.3.2. Agujeros negros primordiales

Los agujeros negros primordiales han sido considerados por mucho tiempo como buenos candidatos a materia oscura. Se cree que fueron producidos en el Universo temprano, antes del nacimiento de las primeras estrellas por el colapso de regiones superdensas durante las transiciones de fase.

En muchos escenarios, las perturbaciones a la energía relativa del orden de la unidad frenaron la expansión y recolapsaron tan pronto como cruzaron el horizonte cosmológico, que es la distancia que determina el límite para el Universo observable. En este caso, la masa máxima de los agujeros negros primordiales se establece por la masa total dentro del horizonte cosmológico, a saber, $M_{hor} = M_{pl}^3/E^2$, donde E es la escala de energía a la cual los agujeros negros primordiales se forman, esta es

$$M_{BH} \approx M_{Pl}^2 t_f \approx 5 \cdot 10^{26} \frac{1}{\sqrt{g_*}} \left(\frac{1 \text{TeV}}{T_f} \right)^2 g \quad (1.39)$$

en donde g_* es el número efectivo de grados de libertad relativistas al tiempo t_f de la formación de agujeros negros primordiales, cuando la temperatura del Universo era de T_f . De esta manera, M_{BH} puede tomar valores desde la masa de Planck M_{Pl} , para agujeros negros formados en la época de Planck, hasta M_{\odot} para agujeros negros formados en la transición de fase de QCD. Los agujeros negros primordiales formados después de la transición de fase de QCD pueden tener masas mucho más grandes.

Los agujeros negros ligeros son objetos extremadamente compactos, por ejemplo, un agujero negro de $M_{BH} = 10^{15}g$ tiene un radio de $r_g \approx 10^{-13}cm$, por lo que se comportan como partículas súper pesadas que solo interactúan gravitacionalmente.

Sin embargo esto es verdad solo en el límite de la física clásica. A nivel semiclásico, los agujeros negros no son realmente negros y estables, emiten radiación térmica a una temperatura $T_{BH} = M_{Pl}^2/8\pi M_{BH}$. Esta expresión para la temperatura es cierta para un agujero negro sin rotación y eléctricamente neutro. La escala del tiempo de evaporación es

$$\tau_{eva} \sim \frac{M_{BH}^3}{M_{Pl}^4} \quad (1.40)$$

Los agujeros negros primordiales con una masa inicial de $M_{BH} = 5 \times 10^{14}g$ pueden tener tiempos de vida del orden de la edad del Universo. Los agujeros negros primordiales con masas más grandes, pueden sobrevivir hasta nuestros días y ser registrados por su radiación de Hawking. Sin

embargo, la temperatura del agujero negro decrece rápidamente con su masa y la emisión de Hawking para agujeros negros macroscópicos se vuelve completamente despreciable.

Aunque los agujeros negros primordiales pueden representar una fracción de materia oscura, su abundancia cosmológica está fuertemente restringida. Los agujeros negros primordiales con una masa inicial de $M_{BH} \lesssim 5 \times 10^{14}g$ podrían haberse evaporado ya, pues su tiempo de evaporación es más corto que la edad del Universo, aunque es posible que los efectos de gravedad cuántica hagan que los agujeros con masas del orden de la masa de Planck sean estables, en cuyo caso podrían formar toda la materia oscura en el Universo. Para $M_{BH} \sim 10^{15} - 10^{16}g$ hay un límite muy restrictivo sobre su posible abundancia a un nivel de $\Omega_{BH} \lesssim 10^{-8}$, derivado de las observaciones de intensidad del fondo difuso de rayos γ . Entonces, estos pueden contribuir solo con una pequeña fracción de la materia no relativista en el Universo.

La abundancia de agujeros negros primordiales en el rango de masa de $10^{17} - 10^{26}g$ puede ser restringida desde las observaciones de viejas estrellas de neutrones en regiones en las cuales la densidad de materia oscura se supone que debe ser alta. Par masas más grandes $M_{BH} \geq 10^{26}g$, la restricción viene de la búsqueda de MACHOs.

1.3.3. La partícula supersimétrica

La supersimetría es motivada principalmente por el problema de jerarquía de masa. En la extensión mínima supersimétrica del Modelo Estándar de Física de Partículas, la Lagrangiana de la teoría admite peligrosos términos que podrían predecir la no conservación del número bariónico y el número leptónico. Estos términos por ejemplo, podrían hacer que el protón sea inestable en desacuerdo con las restricciones experimentales. Este problema puede arreglarse imponiendo una nueva simetría llamada paridad R, con tal simetría la partícula supersimétrica más ligera (LSP por sus siglas en inglés) es estable. Además, si la LSP es eléctricamente neutra, tenemos un candidato ideal a materia oscura. No obstante, las partículas supersimétricas no han sido descubiertas hasta la fecha en que se escribe este trabajo.

En muchos modelos supersimétricos, la LSP es el neutralino más ligero que es una superposición del *bino*, el *wino neutral* y el *higgsino neutral*, es decir, del compañero fermiónico supersimétrico del bosón de norma del grupo $U(1)_Y$ en el Modelo Estándar, el compañero fermiónico supersimétrico del bosón de norma Z del grupo $SU(2)_L$ y el compañero fermiónico supersimétrico del bosón de Higgs, respectivamente.

En algunos otros modelos el candidato LSP es el *axino*, compañero su-

persimétrico del axi3n; o el *gravitino*, el compa3nero supersimétrico del gravit3n en modelos de supergravedad. El *sneutrino* m3s ligero, compa3nero supersimétrico escalar del neutrino, no es un buen candidato en la extensi3n m3nima supersimétrica del modelo est3andar debido a su gran secci3n transversal con los nucleones, la cual est3 excluida actualmente, pero a3n podr3a ser un buen candidato en modelos m3s sofisticados.

Por otro lado, en el Modelo Est3andar de F3sica de Part3culas los fermiones, quarks y algunos bosones de norma obtienen su masa despu3s del rompimiento de simetr3a electrod3bil. Las masas generadas de esta manera deben ser del orden de la escala del rompimiento de simetr3a electrod3bil, el cual es de algunos cientos de GeV, multiplicada por la constante de acoplamiento de su interacci3n con el bos3n de Higgs. En particular, la masa de los bosones se generan de esta manera ($\sim 100 GeV$). De la misma forma, en teor3as de gran unificaci3n (GUT) se predicen bosones de norma s3per pesados o part3culas tipo Higgs con masas del orden de la escala de Gran Unificaci3n $M_{GUT} \sim 10^{14} - 10^{16} GeV$. En principio puede haber otras part3culas s3per pesadas las cuales pueden ser estables o con tiempos de vida muy largos debidos a algunos n3meros cu3nticos conservados (o cuasiconservados). Si estas part3culas no tuvieran interacciones electromagn3ticas de largo alcance e interacciones fuertes podr3an ser buenos candidatos a materia oscura. Su detecci3n directa e indirecta podr3a ser muy dif3cil o imposible, ya que su enorme masa implica una densidad num3rica cosmol3gica baja. M3s a3n, no est3 claro si part3culas muy pesadas pueden ser estables ante el decaimiento gravitacional.

1.3.4. Axi3n

En algunos modelos, se proponen candidatos a materia oscura a partir de procesos no t3rmicos, uno de ellos es el axi3n.

El problema de la conservaci3n de CP fuerte en QCD puede ser resuelto con la introducci3n de una nueva simetr3a $U(1)$ global, la cual es rota espont3neamente a bajas energ3as (alrededor de $100 MeV$). Con la nueva simetr3a, la teor3a predice la existencia de una part3cula de esp3n cero llamada axi3n, la cual adquiere una masa no nula despu3s de la formaci3n del condensado de vac3o de campos gluonicos en la transici3n de fase de QCD. Antes de esta transici3n de fase, los axiones pueden ser bosones de Goldstone sin masa.

Los axiones con masas de algunos μeV a3n son candidatos viables a materia oscura. A pesar de su peque3a masa, los axiones forma parte del grupo de materia oscura fr3a debido a que pueden ser creados esencialmente

en reposo y nunca han estado en equilibrio térmico.

1.3.5. Materia Oscura como Campo Escalar

En el CSM la materia oscura es generalmente modelada como un sistema de partículas sin colisiones, llamado Modelo de Materia Oscura Fría Λ , o por sus siglas en inglés Λ CDM, el cual predice que el Universo contiene principalmente partículas masivas débilmente interactuantes, frías y neutrales, WIMPs por sus siglas en inglés, las cuales son no barionicas, sin presión y se comportan como un gas frío. El paradigma Λ CDM tiene gran éxito en la descripción de la formación de estructura más grandes que el tamaño típico de las galaxias. Entonces, hay que preguntarse ¿Por qué un Campo Escalar ultraligero es mejor candidato a Materia Oscura que el paradigma Λ CDM? Para comenzar a responder esta pregunta es importante destacar que el modelo Λ CDM enfrenta varios retos a la hora de explicar las observaciones a escalas galacticas o sub galacticas como los perfiles de densidad de los halos oscuros en los núcleos de las galaxias, las galaxias enanas y de bajo brillo superficial (LSB), el exceso de galaxias satelites predichas por las simulaciones de N cuerpos, la formación de barras en los discos galacticos, entre otros [22].

Muchos autores han propuesto alternativas interesantes en donde han tratado de resolver las dificultades que dentro del escenario Λ CDM parecen no tener solución. Algunos trabajos consideran un único campo escalar, para unificar la descripción de la materia oscura, energía oscura e inflación. La alternativa de Materia Oscura como Campo Escalar (SFDM/BEC) ha recibido mucha atención en los últimos años. La idea principal de este modelo es simple, la naturaleza de la DM está completamente determinada por un campo escalar fundamental φ . Esta idea fue considerada inicialmente por Ji S. U. y Sin S. J. en 1994 [18] e independientemente por J. Lee con I. Kho en [19], un poco más tarde por F. S. Guzmán con T. Matos en [20] y con H. Villegas en [21], en donde se sugiere un modelo de materia oscura bosonica para los halos galacticos. En el modelo de SFDM, los halos de materia oscura pueden ser descritos en un regimen no relativista, como condensados gravitacionales Newtonianos formados de bosones ultraligeros que condensan en una unica función de onda macroscopica.

El modelo de SFDM supone que la materia oscura es un campo escalar φ real o complejo minimamente acoplado a la gravedad, dotado con un potencial escalar $V(\varphi)$, que a cierta temperatura solo interactua gravitacionalmente con el resto de la materia. Este campo escalar puede agregarse a la Lagrangiana del Modelo Estándar de Física de Partículas o a una de

Relatividad General, suponiendo que la constante de acoplamiento con el resto de la materia es muy pequeña. También se ha sugerido que este campo escalar, con una masa del orden de $10^{-22}eV$, podría llevar a la formación de condensados de Bose-Einstein (BEC) en el camino a la formación de la estructura cósmica [23], [24] y [25]. En este contexto, la temperatura crítica de condensación es $T_c \sim m^{-5/3} \sim TeV$, por lo que se pueden formar gotas de condensado en el Universo muy temprano, que se comportan como CDM. Además, la longitud de onda Compton $\lambda_c = 2\pi\hbar/m$ asociada a este bosón, es del orden de kpc , que corresponde al tamaño del halo oscuro de las galaxias típicas en el Universo, apoyando la idea de que las gotas de campo escalar son los halos oscuros de las galaxias.

En el modelo SFDM/BEC los halos iniciales de las galaxias no se forman jerárquicamente, más bien, se forman al mismo tiempo y de la misma forma cuando el Universo alcanza la temperatura crítica de condensación del campo escalar, por lo que las galaxias pueden compartir algunas propiedades [26]. En este contexto, se espera que existan halos de galaxias bien formados con desplazamientos al rojo mayores que en el modelo λ CDM.

Recientemente A. Suarez y T. Matos [27], desarrollaron un enfoque hidrodinámico para la formación de estructura en el Universo con el potencial escalar $V(\varphi) = m^2\varphi^2/2 + \lambda\varphi^4/4$. Ellos encontraron que, cuando $\lambda = 0$ la evolución de las perturbaciones del modelo SFDM comparadas con las de λ CDM son idénticas. Además mostraron que este potencial puede conducir a la formación temprana de estructuras gravitacionales en el Universo dependiendo del signo de la autointeracción λ .

Otro resultado interesante del modelo SFDM fue realizado por Rodriguez Montoya, J. Magaña, T. Matos y A. Perez Lorenzada [28], quienes estudiaron a la materia oscura como bosones ultraligeros en el contexto de teoría cinética, aplicando las ecuaciones de Boltzmann-Einstein, encontraron que las partículas ultraligeras son consistentes con los picos acústicos de la radiación del fondo cósmico de microondas si la masa de los bosones es aproximadamente $10^{-22}eV$.

En [29], se señala que la materia oscura escalar puede explicar la separación espacial de la DM y la materia visible, derivada de la observación en rayos x y lensing gravitacional en el Cluster Bullet, también se brinda una explicación para la galaxia sin materia oscura.

V. Lora, J. Magaña, A. Bernal, F. J. Sánchez Salcedo y E. K. Grebel en [30] estudiaron la dinámica de la galaxia enana Ursa Minor y su grupo estelar suponiendo un halo de SF para establecer restricciones sobre la masa del bosón y encontraron un buen acuerdo general con la masa ultraligera de $10^{-22}eV$. En este modelo las partículas escalares con masa ultraligera son

tales que sus propiedades ondulatorias evitan el problema de la cúspide y reducen el número de pequeños satélites por el principio de incertidumbre cuántico [23, 31, 33, 34].

Robles y Matos [32] mostraron que los halos de SFDM se adaptan muy bien a las curvas de rotación de alta resolución de galaxias con bajo brillo superficial. Además [26] mostró que el paradigma SFDM es una buena alternativa para explicar la masa central común en las galaxias satélites de la Vía Láctea y de los halos oscuros de las galaxias esferoides enanas.

Es sobresaliente que con solo un parámetro libre, el modelo SFDM con $m \sim 10^{-22} eV$, se ajusta a

- La evolución de las densidades cosmológicas [35].
- El perfil plano de densidad central de la materia oscura [36].
- Los picos acústicos del fondo cósmico de microondas [28].
- La supresión natural de subestructuras en los cúmulos de galaxias [24, 23, 27].
- La formación temprana de galaxias, que ocurre en tiempos más tempranos que en el modelo λ CDM.
- Las curvas de rotación de grandes galaxias y galaxias LSB, considerando autointeracción y correcciones a la temperatura.
- La escala de longitud mínima, la escala de masa mínima y la independencia con el brillo de las galaxias enanas recientemente observadas [26].

Considerando la discusión anterior, es importante destacar que el candidato que presenta mejores soluciones a los problemas actuales del paradigma λ CDM es el modelo de materia oscura como campo escalar ultraligero SFDM/BEC, sin embargo, este candidato aún no cuenta con ninguna motivación por parte del Modelo Estándar de Física de Partículas, justamente, este es el problema que intentamos resolver en el presente trabajo.

Capítulo 2

Modelo Estándar de Física de Partículas

En todo lo que resta del texto se empleará el sistema de unidades naturales, a menos que se indique lo contrario. Para mayor referencia ver el apéndice A.

El Modelo Estándar de física de partículas (SM por sus siglas en inglés) es una teoría cuántica de campo, asociada con un grupo de norma local que describe las interacciones electromagnética, débil y fuerte. Los campos contenidos en el SM no son arbitrarios, una vez conocido el grupo de norma, el contenido fermiónico del modelo está restringido por los requerimientos de cancelación de anomalías [14]. El grupo de simetría de la teoría es el siguiente

$$G = SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y. \quad (2.1)$$

Los subíndices no tienen significado en el contexto de teoría de grupos, pero son prácticos para referirse a la aplicación física de cada factor.

El factor $SU(3)_c$ del grupo, tiene acoplamiento de norma que denotaremos por g_s y ocho bosones de norma G^i asociados con los generadores del grupo, estos bosones son comúnmente llamados *gluones*. El subíndice “c” denota color, por lo que cualquier partícula que se acople a los gluones se dice que transporta color. La interacción entre cualquier partícula y los gluones es llamada interacción fuerte. Este sector, también llamado QCD (Quantum Chromodynamics), es vectorial y solo actúa sobre los índices de color de los quarks. Además, no es roto espontáneamente por lo que los gluones permanecen sin masa.

En contraste con QCD, el factor electrodébil del grupo de norma del

Modelo Estándar $SU(2)_L \times U(1)_Y$ es quiral ¹. El acoplamiento del grupo $SU(2)_L$ se denotará por g , este sector tiene tres bosones de norma W^j . El subíndice “ L ” indica que este grupo actúa solamente sobre los índices de sabor de los fermiones de quiralidad izquierda, mientras que el subíndice “ Y ” se utiliza para denotar al número cuántico *Hipercarga débil*. El factor abeliano $U(1)_Y$, tiene acoplamiento de norma que será denotado por g' y un bosón B , este grupo es quiral y actúa en los fermiones L y R asignándoles cargas diferentes.

Después del rompimiento espontáneo de la simetría (SSB por sus siglas en inglés), $SU(2)_L \times U(1)_Y$ es roto a un grupo $U(1)_Q$, incorporando la electrodinámica cuántica (QED por sus siglas en inglés) con el fotón como una combinación lineal de W^0 y B . Tanto la combinación ortogonal (Z), como W^\pm adquieren masa. Note que el grupo electromagnético no es directamente la componente $U(1)_Y$ del grupo de norma del Modelo Estándar y la carga eléctrica Q no es una de las cargas básicas que las partículas llevan bajo $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$; más bien es una cantidad derivada.

Las interacciones fuerte, débil y electromagnética son entendidas como aquellas que surgen debido al intercambio de varios bosones de norma de espín uno, entre partículas de espín 1/2 llamadas fermiones (en el arreglo 2.1 se resumen los bosones de gauge de cada factor del grupo de norma del SM). Las partículas fermiónicas se clasifican en quarks y leptones.

Si se incluye grupos de simetría extras, a la teoría descrita por (2.1), al nuevo modelo se le denomina Modelo Estándar Extendido.

Grupo de simetría	Boson	Representación	
$SU_c(3)$	Gluones	G_μ^i	$i = 1, \dots, 8$
$SU_L(2)$		W_μ^j	$j = 1, 2, 3$
$U_Y(1)$		B_μ	

(2.2)

Cuadro 2.1: Bosones de gauge asociados con los grupos de simetría del SM antes del SSB.

2.1. Quarks y Leptones

Los quarks y leptones son los constituyentes fundamentales de la materia. Los leptones por definición, son partículas de espín 1/2 que no participan

¹Consultar la introducción del capítulo 3 para mayor información sobre la quiralidad.

en las interacciones fuertes. A la fecha, se conocen seis leptones, individualmente se denotan por e , μ , τ , ν_e , ν_μ y ν_τ y colectivamente por ℓ .

De acuerdo a su carga eléctrica los leptones se clasifican en neutrinos neutros ν_e , ν_μ , ν_τ , y leptones cargados e^- , μ^- , τ^- . Los neutrinos solo interactúan débilmente, mientras que e , μ y τ tienen interacción débil y electromagnética.

Los quarks, también son partículas de espín 1/2 pero que además interactúan fuertemente. Actualmente se conocen seis quarks u , d , s , c , t y b , denotados colectivamente por $q_{r\alpha}$, donde $\alpha = 1, 2, 3$ se refiere al color y r al sabor. Dado que el color no es observado en la naturaleza, los quarks deben estar confinados en partículas materiales incoloras, llamadas hadrones [17].

Los hadrones se pueden clasificar en dos tipos: bariones y mesones. Los bariones son compuestos de tres quarks (qqq) y su número bariónico es $B = 1$, algunos ejemplos de estos compuestos son el protón $p = uud$ y el neutrón $n = udd$. Por otro lado, los mesones son compuestos de un quark y un antiquark, su número bariónico es $B = 0$, algunos compuestos de este tipo son los kaones $K^+ = u\bar{s}$, $K^- = s\bar{u}$ y los piones $\pi^+ = u\bar{d}$, $\pi^- = d\bar{u}$.

2.2. Densidad Lagrangiana

La densidad lagrangiana del Modelo Estándar se puede dividir explícitamente en: sector de norma, sector fermiónico, de Higgs y de Yukawa,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_{Yuk}. \quad (2.3)$$

La densidad lagrangiana del sector de norma, \mathcal{L}_{gauge} contiene los siguientes términos

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W^{\mu\nu i} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (2.4)$$

en donde,

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g_s f_{abc} G_\nu^b G_\mu^c, & a, b, c &= 1, \dots, 8 \\ W_{\mu\nu}^i &= \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g \epsilon_{ijk} W_\nu^j W_\mu^k, & i, j, k &= 1, 2, 3 \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \end{aligned} \quad (2.5)$$

son los tensores de campo de $SU_c(3)$, $SU_L(2)$ y $U_Y(1)$ respectivamente, f^{abc} son las constantes de estructura de $SU_c(3)$ y ϵ^{ijk} las de $SU_L(2)$. Físicamente,

en la ecuación (2.4) se encuentran los términos cinéticos y las autointeracciones cubicas y cuarticas de los campos G^i y W^i . El bosón de norma B no tiene autointeracciones.

El sector fermiónico del SM contiene tres familias, de quarks y leptones. Cada familia consiste de

$$\text{Dobletes izquierdos : } q_{mL} = \begin{pmatrix} u_m \\ d_m \end{pmatrix}_L, \quad \ell_{mL} = \begin{pmatrix} \nu_m \\ e_m \end{pmatrix}_L$$

$$\text{Singletes derechos : } u_{mR}, d_{mR}, e_{mR}.$$

Las componentes izquierda y derecha de los espinores están denotadas por los subíndices L y R respectivamente. $m = 1, 2, 3$ o $m = e, \mu, \tau$ es la etiqueta de familia. Las familias están enumeradas en orden creciente, respecto a la masa del fermión correspondiente como se muestra en la tabla (2.2). La existencia de solo tres familias es empírica, pero el SM se puede generalizar sin problemas a un número arbitrario F de familias fermiónicas.

Fermión	Primera familia	Segunda familia	Tercera familia
u_m	$u_1 = u$	$u_2 = c$	$u_3 = t$
d_m	$d_1 = d$	$d_2 = s$	$d_3 = b$
e_m	$e_1 = e$	$e_2 = \mu$	$e_3 = \tau$
ν_m	$\nu_1 = \nu_e$	$\nu_2 = \nu_\mu$	$\nu_3 = \nu_\tau$

Cuadro 2.2: Ordenamiento de las familias fermiónicas.

Ya que los campos quirales izquierdos L , son dobletes de $SU(2)$ y los campos derechos R son singletes bajo este mismo grupo, la paridad en $SU(2)$ está rota. Además, ya que los grupos $SU(2)$ y $SU(3)$ conmutan, las interacciones de QCD no cambian el sabor y viceversa.

En adelante se suprimirá el índice de familia a menos que se indique lo contrario. Después del SSB los quarks u y d adquieren carga eléctrica $2/3$ y $-1/3$ respectivamente. Los campos leptónicos ν y e adquieren carga eléctrica 0 y -1 respectivamente.

Todos los campos del sector fermiónico, llevan hipercarga Y , definida por la relación

$$Q = T_L^3 + \frac{1}{2}Y, \quad (2.6)$$

donde Q es la carga eléctrica y T_L^3 es el isospín débil, asociado al tercer generador de $SU(2)_L$ (ver apéndice B). Ya que $U(1)_Y$ conmuta con $SU(3)_c$

y $SU(2)_L$, los multipletes con iguales propiedades de transformación bajo $SU(3)_c \times SU(2)_L$ tienen el mismo valor de hipercarga. En el arreglo (2.3) se muestra el valor de hipercarga débil de cada fermión.

Fermión	Isospín débil	Hipercarga débil
	T_L^3	Y
q_L	1/2	1/3
u_R	0	4/3
d_R	0	-2/3
ℓ_L	-1/2	-1
e_R	0	-2

Cuadro 2.3: Isospín e hipercarga débil.

Las propiedades de transformación de los fermiones bajo el grupo de norma $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ pueden ser resumidas escribiendo el símbolo $\{n_3, n_2, Y\}_\psi$ para algún fermión ψ , donde n_3 y n_2 denotan la dimensión de las representaciones en $SU(3)_c$ y $SU(2)_L$ respectivamente y Y es su hipercarga. Por ejemplo, la representación bajo $SU_L(2)$ de un doblete es denotada por $n_2 = 2$, un triplete de $SU_c(3)$ se escribe simplemente como $n_3 = 3$. La representación trivial (singlete), será denotada por $n = 1$. Los campos de cada familia se transforman de acuerdo al arreglo mostrado en 2.4.

Fermión	Propiedades de transformación	Eigenvalor de carga eléctrica
q_L	$\{3, 2, 1/3\}$	$Q_{u_L} = 1/2 + 1/6 = 2/3$
		$Q_{d_L} = -1/2 + 1/6 = -1/3$
ℓ_L	$\{1, 2, -1\}$	$Q_{\nu_L} = 1/2 - 1/2 = 0$
		$Q_{e_L} = -1/2 - 1/2 = -1$
u_R	$\{3, 1, 4/3\}$	$Q_{u_R} = 2/3$
d_R	$\{3, 1, -2/3\}$	$Q_{d_R} = -1/3$
e_R	$\{1, 1, -2\}$	$Q_{e_R} = -1$

Cuadro 2.4: Propiedades de transformación para los campos espinoriales del Modelo Estándar.

Solo los términos singletes bajo $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ pueden aparecer en la densidad Lagrangiana del Modelo Estándar, de otra forma esta no respetaría la invariancia de norma. Ya que las representaciones $SU(2)_L$

38CAPÍTULO 2. MODELO ESTÁNDAR DE FÍSICA DE PARTÍCULAS

y $U(1)_Y$ son quirales, los términos de masa fermiónicos no están permitidos en (2.3).

La densidad Lagrangiana del sector fermiónico del Modelo Estándar, consiste enteramente de energía cinética,

$$\mathcal{L}_f = \sum_{m=1}^F (\bar{q}_{mL} i \not{D} q_{mL} + \bar{\ell}_{mL} i \not{D} \ell_{mL} + \bar{u}_{mR} i \not{D} u_{mR} + \bar{d}_{mR} i \not{D} d_{mR} + \bar{e}_{mR} i \not{D} e_{mR}). \quad (2.7)$$

Suprimiendo el índice de color sobre los campos quarks para simplificar la notación, la derivada covariante para cada fermión tiene la siguiente forma,

$$D_\mu q_L = \left(\partial_\mu + \frac{ig}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu + \frac{ig'}{6} B_\mu \right) q_L$$

$$D_\mu u_R = \left(\partial_\mu + \frac{2ig'}{3} B_\mu \right) u_R$$

$$D_\mu d_R = \left(\partial_\mu - \frac{ig'}{3} B_\mu \right) d_R$$

en donde se sobrentiende que q_L , u_R y d_R tienen acoplamientos con los gluones.

$$D_\mu \ell_L = \left(\partial_\mu + \frac{ig}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu - \frac{ig'}{2} B_\mu \right) \ell_L$$

$$D_\mu e_R = (\partial_\mu - ig' B_\mu) e_R.$$

La densidad lagrangiana del sector de Higgs es

$$\mathcal{L}_\phi = (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - V(\phi), \quad (2.8)$$

donde $\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$ es un campo escalar complejo. Sus propiedades de transformación son $\{1, 2, 1\}_\phi$. El campo adjunto ϕ^\dagger se transforma como $\{1, 2^*, -1\}_\phi$. La derivada covariante que actúa sobre el campo de Higgs es,

$$D_\mu \phi = \left(\partial_\mu + \frac{ig}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu + \frac{ig'}{2} B_\mu \right) \phi. \quad (2.9)$$

$V(\phi)$ es el potencial de Higgs y por la combinación de invariancia y renormalizabilidad de $SU(2) \times U(1)$ está restringido a la forma,

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2. \quad (2.10)$$

Para $\mu^2 < 0$ habrá rompimiento espontáneo de la simetría y el valor de expectación del vacío (VEV por sus siglas en inglés), $\langle 0|\phi|0\rangle$ generará la masa del W y Z . El término λ describe una autointeracción cuadrática. Además para que el vacío se mantenga estable, se requiere que $\lambda > 0$.

El último término de la densidad lagrangiana en (2.3), corresponde a los acoplamientos de Yukawa entre los fermiones y el doblete de Higgs, los cuales son necesarios para generar la masa de los fermiones a través del rompimiento espontáneo de la simetría. Para F familias fermiónicas, este término tiene la forma,

$$\mathcal{L}_{Yuk} = - \sum_{m,n=1}^F \left[\Gamma_{mn}^u \bar{q}_{mL} \tilde{\phi} u_{nR} + \Gamma_{mn}^d \bar{q}_{mL} \phi d_{nR} + \Gamma_{mn}^e \bar{\ell}_{mL} \phi e_{nR} \right] + h.c. \quad (2.11)$$

$h.c.$ es una abreviación de los términos hermiticos conjugados correspondientes a los escritos explícitamente. Además

$$\tilde{\phi} \equiv i\tau^2 \phi^\dagger = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Los elementos Γ^u , Γ^d y Γ^e son matrices $F \times F$ completamente arbitrarias, las cuales determinan la masa de los fermiones y su mezcla. Estas matrices no tienen por qué ser simétricas, diagonales, hermiticas o reales. La hermiticidad de \mathcal{L}_{Yuk} está asegurada por la adición de los términos $h.c.$. Las matrices Γ son el aspecto más arbitrario del SM. En función de los quarks u y d , los términos de Γ^d son

$$\Gamma^d \bar{q}_L \phi d_R = \Gamma^d [\bar{u}_L \phi^+ d_R + \bar{d}_L \phi^0 d_R] \quad (2.13)$$

y su hermitico conjugado,

$$\Gamma^{d\dagger} \bar{d}_R \phi^\dagger q_L = \Gamma^{d*} [\bar{d}_R \phi^- u_L + \bar{d}_R \phi^{0*} d_L]. \quad (2.14)$$

Después del SSB, el VEV generará términos de masa para d y otros fermiones. En la figura 2.1, se muestra un resumen del contenido de partículas en el Modelo Estándar Mínimo.

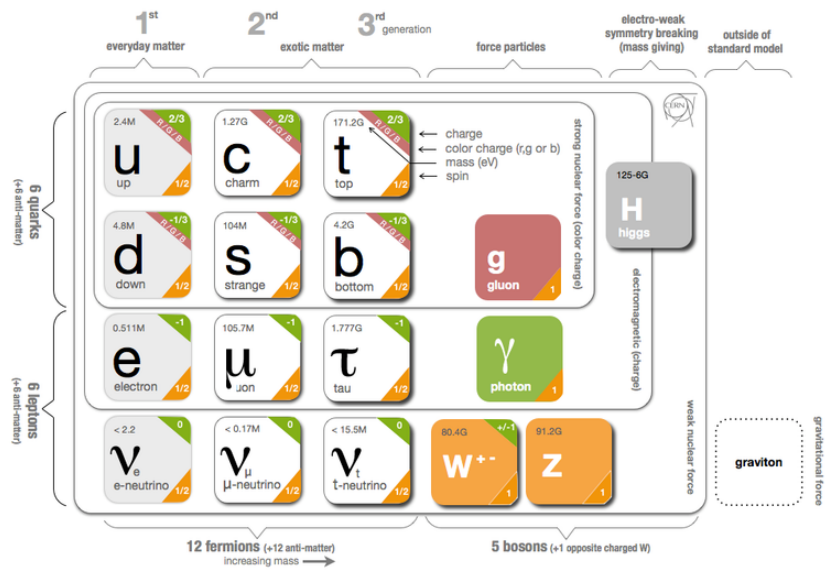


Figura 2.1: Modelo Estándar

2.2.1. Rompimiento espontáneo de la simetría

La simetría de norma, que determina cómo son las interacciones entre partículas fundamentales, prohíbe los términos de masa para los bosones de norma electrodébiles y para los fermiones, porque rompen la invariancia de norma y estropean la renormalizabilidad. Esto es un problema para la interacción débil, que es de corto alcance y requiere mediadores masivos.

Sin embargo, se pueden generar masas efectivas, por el rompimiento espontáneo de la simetría y de hecho, el doblete de Higgs fue introducido en el Modelo Estándar para este propósito.

La ruptura espontanea de la simetría aparece cuando el vacío del sistema (estado de mínima energía) está continuamente degenerado. El vacío físico es uno entre todos los posibles estados de mínima energía conectados por las simetrías del Lagrangiano. Cuando la naturaleza lo elige, se rompe la simetría de los estados físicos, pero se preserva la del Lagrangiano [37].

El resultado del SSB depende del tipo de simetrías. Si el lagrangiano es invariante bajo un grupo continuo G , pero el vacío es invariante sólo bajo un subgrupo H de G , aparecen tantos estados sin masa y espín 0 (bosones de Goldstone) como generadores de G que no lo son de H , es decir, el número de simetrías que se han roto. Este resultado es conocido como el teorema

de Goldstone. Si las simetrías del Lagrangiano son de norma, los bosones de Goldstone son “comidos” por los bosones de norma asociados a las simetrías rotas y se hacen masivos. Este último resultado es llamado mecanismo de Higgs [38].

El ejemplo más sencillo de rompimiento de simetría es el de un campo escalar complejo ϕ , cuyo Lagrangiano es,

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - V(\phi), \quad \text{en donde} \quad V(\phi) = \mu^2 \phi^* \phi + \lambda (\phi^* \phi)^2, \quad (2.15)$$

este Lagrangiano es invariante bajo transformaciones de fase globales,

$$\phi(x) \longrightarrow e^{i\theta} \phi(x). \quad (2.16)$$

Para que exista un estado de mínima energía, la constante λ debe ser positiva. El estado base se obtiene minimizando el potencial V ,

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = \mu^2 \phi^* + 2\lambda (\phi^* \phi) \phi^* = (\mu^2 + 2\lambda (\phi^* \phi)) \phi^* = 0. \quad (2.17)$$

Si $\mu^2 > 0$, el potencial tiene solo un mínimo trivial en $\phi(x) = 0$. Entonces tenemos un campo escalar complejo de masa μ y acoplamiento cuártico λ .

Si $\mu^2 < 0$, el mínimo ocurre en

$$|\phi_0| = \langle 0 | \phi | 0 \rangle = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} \equiv v > 0. \quad (2.18)$$

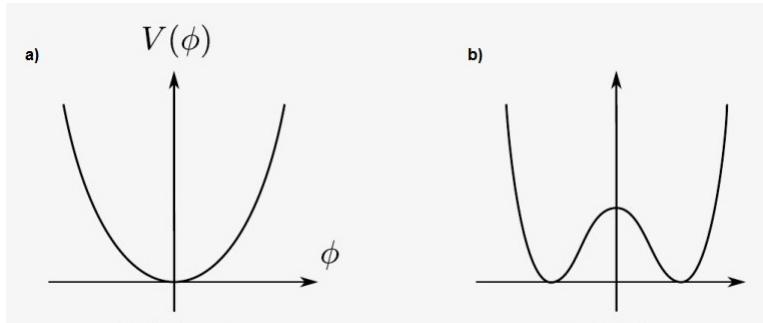


Figura 2.2: Diagrama del potencial (2.15). En a) se muestra en caso $\mu^2 > 0$ y en b) el potencial cuando $\mu^2 < 0$.

En este caso, tenemos un número infinito de vacíos conectados por la transformación

$$\phi_0 = v e^{i\theta}. \quad (2.19)$$

Eligiendo uno como el estado fundamental del sistema, por ejemplo en $\theta = 0$, la simetría se rompe espontáneamente. Al valor elegido para ser el estado base del sistema se le denomina vacío físico. En la imagen (2.2), se muestra un esquema para los dos casos $\mu^2 > 0$ y $\mu^2 < 0$.

Si parametrizamos las excitaciones del campo sobre el vacío físico como

$$\phi(x) = v + \frac{\phi_1(x) + i\phi_2(x)}{\sqrt{2}} \quad (2.20)$$

donde $\phi_1(x)$ y $\phi_2(x)$ son campos reales, entonces, la densidad lagrangiana (2.15) toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} (\partial_\nu \phi_1) (\partial^\nu \phi_1) + \frac{1}{2} (\partial_\nu \phi_2) (\partial^\nu \phi_2) - 2\lambda v^2 \phi_1^2 - \sqrt{2}\lambda v \phi_1 (\phi_1^2 + \phi_2^2) \\ & - \frac{\lambda}{4} (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 + \lambda v^4 \end{aligned} \quad (2.21)$$

En la ecuación anterior vemos que ϕ_1 tiene masa $m_1^2 = -2\lambda v^2 = -\mu^2$, mientras que ϕ_2 no tiene masa. El bosón de Goldstone (ϕ_2) describe las excitaciones a lo largo de los estados que tienen la misma energía que el vacío físico, por lo que no cuestan energía y por lo tanto corresponden a un estado sin masa. En este ejercicio aparece solo un bosón de Goldstone porque la condición (2.18) restringe solo un grado de libertad del campo escalar complejo ϕ , dejando al restante como un grado de simetría oculto, este es el bosón de goldstone.

Mecanismo de Higgs

En el Modelo Estándar la simetría está rota de la siguiente manera,

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow U(1)_Q. \quad (2.22)$$

Para entender esto, escribamos al campo ϕ como un doblete de campos escalares complejos, es decir, cuatro campos reales,

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}. \quad (2.23)$$

Minimizando el potencial de higgs (2.10), con $\lambda > 0$ y $\mu^2 < 0$

$$\frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} = \left[\mu^2 + 2\lambda (\phi^\dagger \phi) \right] \phi^\dagger = 0, \quad (2.24)$$

obtenemos

$$\langle 0|\phi|0\rangle = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} \equiv \nu. \quad (2.25)$$

Entonces, escogemos la orientación del vacío como

$$v \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ \nu \end{pmatrix}. \quad (2.26)$$

De modo que, sin pérdida de generalidad podemos elegir los ejes en este espacio cuadrimensional de manera que $\langle 0|\phi_i|0\rangle = 0$, $i = 1, 2, 4$ y $\langle 0|\phi_3|0\rangle = \nu \geq 0$. Cualquier otra dirección puede transformarse a esta forma por una rotación de $SU(2) \times U(1)$.

Solo los campos escalares neutros pueden adquirir un VEV, porque el vacío no lleva carga eléctrica o dicho de otro modo, porque la carga eléctrica es una cantidad conservada, así que el grupo electromagnético $U(1)_Q$ no se rompe y $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$. Por lo tanto, el fotón, asociado con el generador no roto $Q \equiv T^3 + \frac{1}{2}Y$, así como los ocho gluones, permanecen sin masa, mientras que W^\pm y Z , asociado con $T^3 - Y$, adquieren masa. Para ver esto, parametrizamos el doblete escalar como excitaciones sobre el vacío físico,

$$\phi(x) = \exp \left[i \frac{\tau_j}{2} \theta^j \right] \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + H(x) \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

con $j = 1, 2, 3$. Note que sigue habiendo cuatro campos escalares reales, tres θ^j y $H(x)$. Los tres campos θ^j serían los bosones de Goldstone, pero haciendo uso de la invariancia de norma del lagrangiano, podemos transformar $\phi(x)$ en cada punto a un campo en el que estos desaparecen, preservándose únicamente el campo físico $H(x)$, es decir, el bosón de Higgs. Entonces, en la norma unitaria

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\nu + H(x)) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

Los tres grados de libertad perdidos, se convierten en el estado de polarización longitudinal de W^\pm y Z pues, tras la SSB, W_μ y Z_μ se convierten en campos masivos de espín 1,

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2} (\partial_\mu H) (\partial^\mu H) + \frac{g^2}{4} (\nu + H)^2 \left[W^{\mu+} W_\mu^- + \frac{Z^\mu Z_\mu}{2 \cos^2 \theta_w} \right] - V(\phi). \quad (2.29)$$

θ_w es el ángulo débil definido como $\tan \theta_w = \frac{g'}{g}$,

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \pm iW_\mu^2),$$

$$W_\mu^3 = \frac{gZ_\mu + g'A_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (2.30)$$

$$B_\mu = \frac{-g'Z_\mu + gA_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}.$$

Por lo tanto,

$$M_W = M_z \cos \theta_w = \frac{g\nu}{2} \quad (2.31)$$

Los campos W_μ^3 y B_μ son ortogonales $\langle W_\mu^3 | B_\mu \rangle = 0$.

2.3. Interacciones Electrodébiles

El SM está gobernado por el grupo de norma (2.1), la parte invariante bajo el grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ se refiere a las interacciones electrodébiles. Este sector se entiende como la interacción de los fermiones con los campos W_μ y B_μ , por lo que es el producto de las corrientes fermionicas con los campos,

$$\mathcal{L}_{EW} = gJ_\mu \cdot W^\mu + g'J_\mu^Y B^\mu, \quad (2.32)$$

J_μ y J_μ^Y representan las corrientes de isospín e hipercarga de los fermiones, respectivamente y g, g' son los acoplamientos con W_μ y B_μ . Además

$$J_\mu^Y = J_\mu^{em} - J_\mu^3, \quad (2.33)$$

J_μ^{em} es la corriente electromagnetica, que se acopla a la carga Q y J_μ^3 es la tercera componente de la corriente de isospín J_μ . Entonces

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{EW} &= g (J_\mu^1 W^{1\mu} + J_\mu^2 W^{2\mu}) + g (J_\mu^3 W^{3\mu}) + g' (J_\mu^{em} - J_\mu^3) B^\mu \\ &= \frac{g}{\sqrt{2}} (J_\mu^- W^{+\mu} + J_\mu^+ W^{-\mu}) + J_\mu^3 (g W^{3\mu} - g' B^\mu) + g' J_\mu^{em} B^\mu.\end{aligned}\quad (2.34)$$

en donde $J_\mu^\pm = J_\mu^1 \pm iJ_\mu^2$. Insertando la expresión para W_μ^3 , B_μ y el ángulo débil, se obtiene

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{EW} &= \frac{g}{\sqrt{2}} (J_\mu^- W^{+\mu} + J_\mu^+ W^{-\mu}) + \frac{g}{\cos \theta_w} (J_\mu^3 - \sin^2 \theta_w J_\mu^{em}) Z^\mu \\ &\quad + g \sin \theta_w J_\mu^{em} A^\mu \equiv \mathcal{L}_{CC} + \mathcal{L}_{NC}.\end{aligned}\quad (2.35)$$

Con \mathcal{L}_{CC} y \mathcal{L}_{NC} las interacciones de corrientes *cargadas* y *neutras* respectivamente.

2.3.1. Interacción de Corrientes Neutras

La interacción entre corrientes débiles neutras está descrita por,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{NC} &= \frac{g}{\cos \theta_w} (J_\mu^3 - \sin^2 \theta_w J_\mu^{em}) Z^\mu + g \sin \theta_w J_\mu^{em} A^\mu \\ &= -\frac{g}{2 \cos \theta_w} J_\mu^0 Z^\mu - e J_\mu^{em} A^\mu,\end{aligned}\quad (2.36)$$

en donde $e = g \sin \theta_w = g' \cos \theta_w$ es la constante de acoplamiento de QED. Las corrientes neutras electromagnética y débil son,

$$\begin{aligned}J_\mu^{em} &= \sum_f Q_f \bar{f} \gamma_\mu f, \\ J_\mu^0 &= \sum_f \bar{f} \gamma_\mu (v_f - a_f \gamma_5) f,\end{aligned}\quad (2.37)$$

con, $v_f = T_3^f - 2Q_f \sin^2 \theta_w$, $a_f = T_3^f$. Q_f y T_3^f denotan la carga y la tercera componente de isoespin débil del fermión izquierdo respectivamente.

2.3.2. Interacción de Corrientes Cargadas

La interacción entre corrientes débiles cargadas está descritas por,

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g}{2\sqrt{2}} (J^{\mu+} W_\mu^+ + J^\mu W_\mu^-), \quad (2.38)$$

g es la constante de acoplamiento débil y,

$$J^\mu = \sum_{m=1}^3 [\bar{e}'_m \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu'_m + \bar{d}'_m \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u'_m], \quad (2.39)$$

m = es índice de familia, el acento sobre los fermiones representa la base de eigenestados débiles. Es importante mencionar que estas corrientes violan paridad (P) y conjugación de carga (C) pero conservan CP.

Ya que, los acoplamientos de Yukawa involucran fermiones de diferentes familias, las matrices de masa de los fermiones no son diagonales. Debido a esto, los eigenestados de masa fermiónicos son diferentes a los eigenestados débiles, los cuales tienen definidas las propiedades de transformación del grupo de norma. Las matrices de masa no son necesariamente hermíticas y para que puedan representar campos físicos es necesario diagonalizarlas por medio de las transformaciones bi-unitarias: $e'_m = U_{mn}^{(e)} e_n$, $u'_m = U_{mn}^{(u)} u_n$ y $d'_m = U_{mn}^{(d)} d_n$, ya que no hay términos de masa para los neutrinos.

Sin pérdida de generalidad, se puede redefinir el campo del neutrino por $\nu'_m = U_{mn}^{(e)} \nu_n$. Las matrices U_{mn}^i con $i = e, u, d$ deben ser unitarias para preservar la forma canónica de los términos cinéticos. Definiendo,

$$V_{mn} = \left(U^{(u)\dagger} U^{(d)} \right)_{mn}, \quad (2.40)$$

da la siguiente expresión para \mathcal{L}_{CC} ,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC} = & \frac{g}{2\sqrt{2}} \sum_m [(\bar{\nu}_m \gamma^\mu (1 - \gamma^5) e_m + V_{mn} \bar{u}_m \gamma^\mu (1 - \gamma^5) d_n) W_\mu^+ \\ & + (\bar{e}_m \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu_m + (V^\dagger)_{mn} \bar{d}_m \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_n) W_\mu^-]. \end{aligned} \quad (2.41)$$

en donde V_{mn} es la matriz unitaria 3×3 de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [39]. Esta surge de la necesidad de realizar diferentes redefiniciones de campos para quarks tipo *up* y *down* cuando se diagonalizan masas, es decir, describe la falta de correspondencia entre las transformaciones unitarias que relacionan los eigenestados débiles y de masa para los quarks tipo *up* y *down*. Esta matriz es de suma importancia pues en ella está codificada la violación de CP que se observa en las interacciones débiles.

Si consideramos el caso de F familias fermionicas, la matriz CKM es una matriz unitaria $F \times F$ y de forma general tiene F^2 parámetros reales. Si la matriz es real, sería una matriz ortogonal descrita por $\frac{1}{2}F(F - 1)$ parámetros reales. La diferencia entre $F^2 - \frac{1}{2}F(F - 1) = \frac{1}{2}F(F + 1)$ es el

número de fases complejas que contiene V_{mn} , sin embargo, no todas estas fases son de importancia física, muchas se pueden absorber en redefiniciones de los campos de quarks, las cuales no afectan otros términos en la densidad Lagrangiana. A pesar que existen $2F$ campos de quarks solo $2F - 1$ fases se pueden remover. El número de fases físicas es [13],

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2}F(F+1) - (2F-1) \\ &= \frac{1}{2}(F-1)(F-2). \end{aligned}$$

Notemos que si solo existen dos familias de fermiones entonces $P = 0$, por lo tanto la matriz CKM se puede elegir como una matriz real ortogonal 2×2 :

$$V_{mn} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix}, \quad (2.42)$$

la cual está en función del ángulo de *Cabibbo* [40]. En el Modelo estándar sólo hay tres familias de fermiones, lo que resulta en tres parámetros reales (ángulos de rotación) y una fase compleja, que es responsable de la violación de CP. La principal parametrización de esta matriz es la recomendada por el *Particle Data Group* [41]:

$$\begin{aligned} V &= \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.43)$$

donde c_{ij} y s_{ij} son las abreviaciones para $\cos \theta_{ij}$ y $\sin \theta_{ij}$. Los ángulos de mezcla θ_{ij} , se conocen experimentalmente y satisfacen $\theta_{13} \ll \theta_{23} \ll \theta_{12} \ll 1$. También se sabe que s_{13} y s_{23} son números pequeños: $\mathcal{O}(10^{-3})$ y $\mathcal{O}(10^{-2})$ respectivamente, consecuencia de una excelente precisión $c_{13} \sim c_{23} \sim 1$. Entonces, los cuatro parámetros independientes son

$$s_{12} = |V_{us}|, \quad s_{13} = |V_{ub}|, \quad s_{23} = |V_{cb}|, \quad \delta. \quad (2.44)$$

Para que exista la violación de CP dentro del contexto del SM se necesitan al menos tres familias de fermiones. Es importante notar que la fase de violación de CP siempre está multiplicada por la cantidad pequeña s_{13} , lo que muestra que la supresión de violación CP es independiente del tamaño

de δ . Sin embargo la fase δ no es un parámetro físico, ya que mediante la redefinición de los campos de quarks antes mencionado, se puede desplazar a diferentes elementos de la matriz CKM. Por el contrario el invariante de Jarlskog [42] da una medida independiente de la parametrización y por lo tanto, física de la violación de CP. Este invariante se denota por la letra J .

Capítulo 3

Neutrinos

En Teoría Cuántica de Campos (QFT por sus siglas en inglés), las partículas de espín $1/2$ son descritas por una función de onda 4-componente ψ , llamada espinor, que obedece la ecuación de Dirac

$$(i\cancel{\partial} + m)\psi = 0, \quad (3.1)$$

en donde $\cancel{\partial} \equiv \gamma^\mu \partial_\mu$ y γ^μ son matrices 4×4 con la forma,

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

σ_i , $i = 1, 2, 3$ son las matrices de Pauli (B.10). Las matrices γ tienen infinitas representaciones puesto que, bajo cada transformación unitaria $\gamma' = U\gamma U^{-1}$, se obtiene una nueva representación. Independientemente de la representación, las matrices γ satisfacen las siguientes condiciones

$$\{\gamma_\alpha, \gamma_\beta\} = 2g_{\alpha\beta}, \quad \{\gamma_\alpha, \gamma_5\} = 0, \quad (3.3)$$

con $g_{\alpha\beta} = \text{diag}\{+1, -1, -1, -1\}$ y la matriz γ_5 definida como

$$\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Las cuatro componentes independientes de $\psi(\vec{x})$ corresponden a partícula y antipartícula con las dos posibles proyecciones de espín, $\pm 1/2$. Los neutrinos como leptones fundamentales son partículas de espín $1/2$, sin embargo, es un hecho experimental que solo los neutrinos izquierdos y los anti-neutrinos derechos son observados. Por lo tanto, una descripción espinorial bicomponente debería ser suficiente.

En la teoría 4-componente, la descripción bicomponente se obtiene proyectando un espinor general $\psi(\vec{x})$, con los operadores

$$P_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5). \quad (3.5)$$

Entonces, se definen las proyecciones quirales izquierda y derecha de un campo fermiónico ψ como sigue,

$$\psi_L \equiv P_L \psi = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi, \quad \psi_R \equiv P_R \psi = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi. \quad (3.6)$$

Por definición, los proyectores de quiralidad cumplen con las condiciones $P_{L,R}^2 = P_{L,R}$ y $P_{L,R}^\dagger = P_{L,R}$, además son ortogonales $P_L P_R = P_R P_L = 0$ y $P_L + P_R = I$. Por otro lado, aprovechando que $(\gamma_5)^2 = 1$,

$$\gamma_5 \psi_{L,R} = \frac{\gamma_5}{2}(1 \mp \gamma_5)\psi = \frac{1}{2}(\gamma_5 \mp 1)\psi = \lambda \psi_{L,R} \quad (3.7)$$

en donde los eigenvalores de γ_5 , $\lambda = \mp 1$, son llamados quiralidad.

Las proyecciones quirales ψ_L y ψ_R son el grado de libertad fermiónico mínimo y también son llamadas *espinores de Weyl*. Cualquier espinor ψ , se puede escribir en sus proyecciones quirales como $\psi = \psi_L + \psi_R$.

Aplicando las propiedades de las matrices γ y la definición de los proyectores $\psi_{L,R}$, la ecuación de Dirac se puede reescribir como un sistema de dos ecuaciones acopladas,

$$\begin{aligned} \left(i \frac{\partial}{\partial x_0} - i \sigma_i \frac{\partial}{\partial x_i} \right) \psi_R &= m \gamma_0 \psi_L, \\ \left(i \frac{\partial}{\partial x_0} + i \sigma_i \frac{\partial}{\partial x_i} \right) \psi_L &= m \gamma_0 \psi_R, \end{aligned} \quad (3.8)$$

con $x_0 = t$. Ambas ecuaciones se desacoplan en el caso $m = 0$ y, dado que $E = i \frac{\partial}{\partial t}$ y $p_i = -i \frac{\partial}{\partial x_i}$, obtenemos

$$E \psi_{L,R} = \pm \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \psi_{L,R}. \quad (3.9)$$

La ecuación (3.9) implica que los espinores no masivos $\psi_{L,R}$ son eigenfunciones del operador de helicidad

$$\mathcal{H} = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}. \quad (3.10)$$

ψ_L es un eigenespino con helicidad $\mathcal{H} = +1$ (eigenvalor de helicidad para partículas) y $\mathcal{H} = -1$ para ψ_R (antipartículas). Para partículas sin masa, la helicidad y la quiralidad son idénticas, también pueden ser opuestas en signo dependiendo de la representación usada para las matrices γ .

Para $m > 0$ el desacoplamiento de (3.8) ya no es posible, lo que significa que los espinores $\psi_{L,R}$ ya no describen partículas con helicidad fija y por lo tanto, la helicidad ya no es un buen número cuántico conservado.

Por su interacción podemos distinguir dos tipos de neutrinos, *activos* y *esteriles*. Los neutrinos activos, también llamados ordinarios o dobletes, son campos de Weyl de quiralidad izquierda, que se transforman como parte de un doblete bajo $SU(2)$ con un leptón cargado como socio y por lo tanto tienen interacciones débiles normales. Los neutrinos estériles, singletes o derechos, son singletes de $SU(2)$ y no interactúan excepto por mezclas, interacciones de Yukawa ó interacciones más allá del SM.

3.1. Conjugación de Carga y Paridad

Mientras que para todos los fermiones fundamentales del Modelo Estándar se puede hacer una clara discriminación entre partícula y antipartícula por su carga eléctrica, para los neutrinos esto no es obvio. Si partícula y antipartícula no son idénticas, llamamos a tal fermión *partícula de Dirac*. Si partícula y antipartícula son idénticas, ellas son llamadas *partículas de Majorana*, este tipo de fermión requiere que todos los números cuánticos aditivos (carga, extrañeza, número bariónico, número leptónico, etc.) se anulen.

El operador que conecta partícula $f(\vec{x}, t)$ y antipartícula $\bar{f}(\vec{x}, t)$ es la conjugación de carga C ,

$$C|f(\vec{x}, t)\rangle = \eta_c|\bar{f}(\vec{x}, t)\rangle. \quad (3.11)$$

Si $\psi(\vec{x})$ es el campo espinorial de un neutrino libre, entonces el correspondiente campo conjugado de carga $\psi^c(\vec{x})$ se define como

$$\psi(\vec{x}, t) \xrightarrow{C} \psi^c \equiv C\psi C^{-1} = \eta_c C\bar{\psi}^T, \quad (3.12)$$

con η_c un factor de fase ($|\eta_c| = 1$) y $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma_0$. Una posible representación de la matriz unitaria de conjugación de carga 4×4 , es $C = i\gamma_0\gamma_2$. Usando los operadores de proyección $P_{L,R}$, se sigue que,

$$(\psi_{R,L})^c = (\psi^c)_{L,R} = P_{L,R}\psi^c. \quad (3.13)$$

Note que si ψ es un eigenestado de quiralidad, ψ^c también lo es, pero este tiene un eigenvalor de signo opuesto. Ya que $\psi_{L,R}$ y $\psi_{L,R}^c$ tienen helicidad opuesta, se evita llamar a $\psi_{L,R}^c$ el conjugado de carga de $\psi_{L,R}$. En lugar de ello, es más frecuente llamarlo el conjugado de CP o de CPT con respecto a $\psi_{L,R}$.

La transformación de paridad está definida como,

$$\psi(\vec{x}, t) \xrightarrow{P} P\psi(\vec{x}, t)P^{-1} = \eta_p \gamma_0 \psi(-\vec{x}, t), \quad (3.14)$$

η_p es un factor de fase que corresponde a la paridad interna, en el caso real $\eta_p = \pm 1$. Usando la transformación (3.12) se tiene que,

$$\psi^c = \eta_c C \bar{\psi}^T \xrightarrow{P} \eta_c \eta_p^* C \gamma_0^T \bar{\psi}^T = -\eta_p^* \gamma_0 \psi^c. \quad (3.15)$$

Esto implica que un fermión y su antifermión correspondiente tienen paridad interna opuesta, por lo que, para una partícula de Majorana $\psi^c = \pm \psi$. Por lo tanto, un campo de Majorana se puede escribir como

$$\psi_M = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi + \lambda_c \psi^c), \quad (3.16)$$

en donde $\lambda_c = \pm 1$ es un factor de fase. Entonces ψ_M es un eigenestado con respecto a la conjugación de carga,

$$\psi_M^c = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi^c + \lambda_c \psi) = \lambda_c \psi_M. \quad (3.17)$$

Esto significa que, una partícula de Majorana es idéntica a su antipartícula.

3.2. Términos de masa

Consideremos el caso de campos fermiónicos libres de interacciones, entonces, la ecuación de Dirac puede ser deducida con las ecuaciones de Euler-Lagrange desde la Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\not{\partial} - m_D) \psi, \quad (3.18)$$

en donde el primer término corresponde a la energía cinética y el segundo es el término de masa. Por lo tanto, el término de masa de Dirac es,

$$\mathcal{L} = m_D \bar{\psi} \psi. \quad (3.19)$$

La combinación $\bar{\psi}\psi$ tiene que ser invariante de Lorentz y hermitiana, requiriendo que \mathcal{L} también sea hermitiana, además m_D debe ser real. Aplicando la siguiente relación, válida para cualesquiera dos espinores ψ y ϕ ,

$$\bar{\psi}_L\phi_L = (\bar{\psi}P_R)(P_L\phi) = \bar{\psi}(P_RP_L)\phi = 0, \quad \bar{\psi}_R\phi_R = 0. \quad (3.20)$$

Obtenemos,

$$\bar{\psi}\phi = (\bar{\psi}_L + \bar{\psi}_R)(\phi_L + \phi_R) = \bar{\psi}_L\phi_R + \bar{\psi}_R\phi_L. \quad (3.21)$$

De esta manera, el termino de masa de Dirac puede ser escrito en terminos de los espinores de Weyl como,

$$\mathcal{L} = m_D (\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L), \quad \text{con } \bar{\psi}_R\psi_L = (\bar{\psi}_L\psi_R)^\dagger. \quad (3.22)$$

Si los neutrinos fueran partículas de Dirac, se requiere de un neutrino izquierdo y uno derecho para producir este termino de masa. Sin embargo el SM de Física de Partículas solo existen neutrinos izquierdos, por ello, los neutrinos permanecen sin masa.

Al incluir el espinor ψ^c , hay otras combinaciones de espinores que se comportan como escalares de Lorentz y permiten construir otros terminos de masa. Primero, considere dos espinores arbitrarios, entonces

$$(\bar{\psi}\phi)^\dagger = (\psi^\dagger\gamma_0\phi)^\dagger = \phi^\dagger\gamma_0\psi = \bar{\phi}\psi. \quad (3.23)$$

Con ello, podemos construir el termino de masa de Majorana,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (m_M\bar{\psi}\psi^c + m_M^*\bar{\psi}^c\psi) = \frac{1}{2}m_M\bar{\psi}\psi^c + h.c., \quad (3.24)$$

en donde m_M es llamada la masa de Majorana. Usando las proyecciones quirales con la notación $(\psi_{R,L})^c = \psi_{L,R}^c = P_{L,R}\psi^c$, podemos obtener dos terminos de masa hermitianos,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^L &= \frac{1}{2}m_L (\bar{\psi}_L\psi_R^c + \bar{\psi}_R^c\psi_L) = \frac{1}{2}m_L\bar{\psi}_L\psi_R^c + h.c. \\ \mathcal{L}^R &= \frac{1}{2}m_R (\bar{\psi}_L^c\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L^c) = \frac{1}{2}m_R\bar{\psi}_L^c\psi_R + h.c. \end{aligned} \quad (3.25)$$

con $m_{L,R}$ masas de Majorana reales. Ahora, podemos definir dos campos de Majorana como sigue,

$$\phi_1 = \psi_L + \psi_R^c, \quad \phi_2 = \psi_R + \psi_L^c, \quad (3.26)$$

los cuales, permiten escribir (3.25) como

$$\mathcal{L}^L = \frac{1}{2}m_L\bar{\phi}_1\phi_1, \quad \mathcal{L}^R = \frac{1}{2}m_R\bar{\phi}_2\phi_2. \quad (3.27)$$

Mientras que $\psi_{L,R}$ son eigenestados de interacción, $\phi_{1,2}$ son eigenestados de masa. El término de masa más general es una combinación de (3.25) y (3.22),

$$\begin{aligned} 2\mathcal{L} &= m_D (\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_L^c\psi_R^c) + m_L\bar{\psi}_L\psi_R^c + m_R\bar{\psi}_L^c\psi_R + h.c. \\ &= (\bar{\psi}_L, \bar{\psi}_L^c) \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_R^c \\ \psi_R \end{pmatrix} + h.c. \\ &= \bar{\Psi}_L M \Psi_R^c + \bar{\Psi}_R^c M \Psi_L, \end{aligned} \quad (3.28)$$

en donde,

$$M = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}, \quad \Psi_L = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_L^c \end{pmatrix} \Rightarrow (\Psi_L)^c = \begin{pmatrix} \psi_R^c \\ \psi_R \end{pmatrix}. \quad (3.29)$$

En las interacciones conocidas del neutrino, solo se presentan el ψ_L y ψ_R^c (neutrinos activos). Los neutrinos ψ_R y ψ_L^c que no aparecen en las interacciones débiles son llamados neutrinos estériles. Para distinguir entre ambos tipos de neutrinos, es común usar la notación:

$$\psi_L = \nu_L, \quad \psi_R^c = \nu_R^c, \quad \psi_R = N_R, \quad \psi_L^c = N_L^c. \quad (3.30)$$

Los eigenestados de masa que se obtienen diagonalizando a la matriz M son,

$$\begin{aligned} \psi_{1L} &= \cos\theta\psi_L - \sin\theta\psi_L^c & \psi_{1R}^c &= \cos\theta\psi_R^c - \sin\theta\psi_R \\ \psi_{2L} &= \sin\theta\psi_L + \cos\theta\psi_L^c & \psi_{2R}^c &= \sin\theta\psi_R^c + \cos\theta\psi_R \end{aligned} \quad (3.31)$$

en donde θ es el ángulo de mezcla, definido como

$$\tan 2\theta = \frac{2m_D}{m_R - m_L}. \quad (3.32)$$

Los correspondientes eigenvalores de masa son

$$\tilde{m}_{1,2} = \frac{1}{2} \left[(m_L + m_R) \pm \sqrt{(m_L - m_R)^2 + 4m_D^2} \right], \quad (3.33)$$

se ha utilizado $\tilde{m}_k = \epsilon_k m_k$, $\epsilon_k = \pm 1$ ($k = 1, 2$), para obtener masas positivas.

Para los campos de Majorana, se introducen expresiones similares

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \psi_{1L} + \epsilon_1 \psi_{1R}^c = \cos \theta (\psi_L + \epsilon_1 \psi_R^c) - \sin \theta (\psi_L^c + \epsilon_1 \psi_R) \\ \phi_2 &= \psi_{2L} + \epsilon_2 \psi_{2R}^c = \sin \theta (\psi_L + \epsilon_2 \psi_R^c) + \cos \theta (\psi_L^c + \epsilon_2 \psi_R).\end{aligned}\quad (3.34)$$

Un caso especial de esta discusión, se obtiene si suponemos que $m_R \gg m_D$ y $m_L = 0$, entonces $\theta = \frac{m_D}{m_R} \ll 1$ y

$$m_\nu = m_1 = \frac{m_D^2}{m_R}, \quad m_N = m_2 = m_R \left(1 + \frac{m_D^2}{m_R^2}\right) \approx m_R, \quad (3.35)$$

con $\epsilon_{1,2} = \mp 1$, los correspondientes campos de Majorana son

$$\phi_1 \simeq \psi_L - \psi_R^c, \quad \phi_2 \simeq \psi_L^c + \psi_R. \quad (3.36)$$

Este procedimiento es llamado mecanismo seesaw.

Las masas de los neutrinos pueden ser creadas en el marco del Modelo Estándar por una extensión del contenido de partículas de la teoría. Los terminos de masa de Dirac y su correspondiente acoplamiento de Yukawa, se pueden escribir si se incluye un singlete derecho en la teoría ν_R . Entonces, la pequeñez de la masa de los neutrinos puede ser explicada por un acoplamiento de Yukawa muy pequeño. Si no se incluyen fermiones adicionales, los únicos terminos de masa posibles, son los de Majorana y por lo tanto, se viola número leptónico.

3.2.1. Número Leptónico.

A cada leptón se le asocia un número leptónico $L = +1$ y a cada anti-leptón $L = -1$. Además, cada generación de leptones tiene su propio número leptónico L_e, L_μ y L_τ con $L = L_e + L_\mu + L_\tau$. Se sabe que el número leptónico individual no es conservado.

Consideremos un fermión ψ bajo una transformación de fase global $e^{i\alpha}$,

$$\psi \longrightarrow e^{i\alpha} \psi \quad \Rightarrow \quad \bar{\psi} \longrightarrow e^{-i\alpha} \bar{\psi}$$

por otro lado

$$\psi^c \longrightarrow (e^{i\alpha} \psi)^c = e^{-i\alpha} \psi^c \quad y \quad \bar{\psi}^c \longrightarrow e^{i\alpha} \bar{\psi}^c.$$

De manera que $\bar{\psi}\psi$ y $\bar{\psi}^c\psi^c$ son invariantes bajo esta transformación que se relaciona con un número cuántico conservado, el número leptónico. ψ aniquila un leptón o crea un antileptón, $\bar{\psi}$ actúa de manera opuesta. $\bar{\psi}\psi$ y

$\bar{\psi}^c\psi^c$ representan la transición $\ell \rightarrow \ell$ o $\bar{\ell} \rightarrow \bar{\ell}$, de manera que $\Delta L = 0$. Esto no ocurre con los otros escalares de Lorentz $\bar{\psi}\psi^c$ y $\bar{\psi}^c\psi$, que representan la transición $\ell \rightarrow \bar{\ell}$ o $\bar{\ell} \rightarrow \ell$, que corresponde a $\Delta L = \pm 2$.

Sin embargo, la conservación del número leptónico y el número bariónico solo está motivada por observaciones experimentales.

3.2.2. Mezcla de Neutrinos

Los eigenestados débiles ν_α de los neutrinos, no son necesariamente idénticos a los eigenestados de masa ν_i . De manera similar al sector de quarks, ambos eigenestados, pueden estar conectados por una matriz unitaria U , similar a la matriz CKM (ver la sección 2.3.2), llamada matriz MNS (Maki-Nakagawa-Sakata) o matriz PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata),

$$|\nu_\alpha\rangle = U_{MNS}|\nu_i\rangle \quad \alpha = e, \mu, \tau; \quad i = 1, 2, 3. \quad (3.37)$$

Para tres neutrinos de Dirac, U es dada por

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

en donde $i, j = 1, 2, 3$, $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$, $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$. En el caso de Majorana, el requerimiento de que partícula y antipartícula sean idénticas, restringe la libertad de redefinir a los campos fundamentales, el efecto total, es la aparición de una fase de violación de CP para dos sabores. Para tres sabores, se deben introducir dos fases adicionales, en cuyo caso la matriz de mezcla es de la forma

$$U = U_{MNS}diag(1, e^{i\alpha}, e^{i\beta}). \quad (3.39)$$

3.3. Oscilaciones de Neutrinos

La oscilación de neutrinos surge porque los eigenestados débiles y los eigenestados de masa no son necesariamente iguales. Tales oscilaciones no conservan el sabor del número leptónico individual, solo el número leptónico total.

Supongamos que hay un número arbitrario n , de eigenestados de sabor $|\nu_\alpha\rangle$ ortogonales $\langle\nu_\beta|\nu_\alpha\rangle = \delta_{\alpha\beta}$, que están conectados a los n eigenestados de masa $|\nu_i\rangle$, $\langle\nu_i|\nu_j\rangle = \delta_{ij}$, vía una matriz de mezcla unitaria U ,

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle, \quad |\nu_i\rangle = \sum_\alpha (U^\dagger)_{i\alpha} |\nu_\alpha\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha i}^* |\nu_\alpha\rangle \quad (3.40)$$

en donde

$$U^\dagger U = 1, \quad \sum_i U_{\alpha i} U_{\beta i}^* = \delta_{\alpha\beta}, \quad \sum_\alpha U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* = \delta_{ij}.$$

En el caso de un antineutrino, $U_{\alpha i}$ debe ser reemplazada por $U_{\alpha i}^*$,

$$|\bar{\nu}_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\bar{\nu}_i\rangle. \quad (3.41)$$

Los eigenestados de masa son estados estacionarios,

$$|\nu_i(x, t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i(x, 0)\rangle. \quad (3.42)$$

Además, suponiendo que los neutrinos son emitidos por una fuente en $x = 0$ y $t = 0$ con momento p ,

$$|\nu_i(x, 0)\rangle = e^{ipx} |\nu_i\rangle, \quad \text{de modo que } |\nu_i(x, t)\rangle = e^{-iE_i t} e^{ipx} |\nu_i\rangle \quad (3.43)$$

luego, siendo una partícula relativista, la energía del neutrino $E \simeq p$ y $p \gg m_i$,

$$E_i = \sqrt{m_i^2 + p_i^2} \simeq p_i + \frac{m_i^2}{2p_i} \simeq E + \frac{m_i^2}{2E}. \quad (3.44)$$

Un neutrino de sabor se puede escribir como una superposición de los eigenestados de masa. Sin embargo, dado que los neutrinos son producidos y detectados como estados de sabor, un neutrino $|\nu_\alpha\rangle$ emitido por una fuente en $t = 0$, evoluciona con el tiempo a un estado

$$|\nu(x, t)\rangle = \sum_i U_{\alpha i} e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle = \sum_{i,\beta} U_{\alpha i} U_{\beta i}^* e^{ipx} e^{-iE_i t} |\nu_\beta\rangle. \quad (3.45)$$

La amplitud de transición para un cambio de sabor de la forma $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$, es dada por

$$\begin{aligned} A(\alpha \rightarrow \beta)(t) &= \langle \nu_\beta | \nu(x, t) \rangle = \sum_i U_{\beta i}^* U_{\alpha i} e^{ipx} e^{-iE_i t} \\ &= \sum_i U_{\beta i}^* U_{\alpha i} \exp\left(-i \frac{m_i^2 L}{2E}\right) \end{aligned} \quad (3.46)$$

En donde se ha usado la relación (3.44) y $L = x = ct$ ($c = 1$), es la distancia entre la fuente y el detector. Una expresión analoga se obtiene para la amplitud de transición de los antineutrinos,

$$A(\bar{\alpha} \rightarrow \bar{\beta})(t) = \sum_i U_{\beta i} U_{\alpha i}^* e^{-iE_i t}. \quad (3.47)$$

Entonces, la probabilidad de transición P , es

$$\begin{aligned} P(\alpha \rightarrow \beta)(t) &= |A(\alpha \rightarrow \beta)|^2 = \sum_i \sum_j U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* U_{\beta i}^* U_{\beta j} e^{-i(E_i - E_j)t} \\ &= \sum_i |U_{\alpha i} U_{\beta i}^*|^2 + 2\text{Re} \sum_{j>i} U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* U_{\beta i}^* U_{\beta j} \exp\left(-i \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}\right), \end{aligned} \quad (3.48)$$

en donde $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 + m_j^2$. Usando la invariancia bajo CP ($U_{\alpha i}$ real),

$$\begin{aligned} P(\alpha \rightarrow \beta)(t) &= \sum_i U_{\alpha i}^2 U_{\beta i}^2 + 2 \sum_{j>i} U_{\alpha i} U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\beta j} \cos\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}\right) \\ &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j>i} U_{\alpha i} U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\beta j} \sin^2\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E}\right). \end{aligned} \quad (3.49)$$

Por lo tanto, la probabilidad de encontrar el sabor original es

$$P(\alpha \rightarrow \alpha)(t) = 1 - \sum_{\alpha \neq \beta} P(\alpha \rightarrow \beta). \quad (3.50)$$

Como se puede ver de (3.48), el comportamiento oscilatorio se presentará si al menos un eigenestado de masa del neutrino es diferente de cero y si las masas de los neutrinos no están exactamente degeneradas. Note que, la observación de las oscilaciones no permite la medición de la masa absoluta, solo de la diferencia de masa cuadrada.

3.3.1. Oscilaciones con dos sabores de neutrino.

En este caso, la relación entre los dos estados del neutrino esta descrita por un ángulo de mezcla θ y una diferencia de masa $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$. Supongamos que los estados de sabor corresponden al ν_e y el ν_μ . La transformación unitaria es analoga a la matriz de Cabibbo en el sector de quarks,

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}. \quad (3.51)$$

Entonces, la probabilidad de transición, considerando que no hay fase de violación de CP ¹ es,

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) &= P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu) = P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) \\ &= \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right) = 1 - P(\nu_e \rightarrow \nu_e). \end{aligned} \quad (3.52)$$

Esta formula muestra explicitamente que las oscilaciones ocurren solo cuando θ y Δm^2 son diferentes de cero, además, todas las probabilidades de oscilación pueden ser caracterizadas por estas dos cantidades puesto que $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = P(\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha)$. El factor de fase puede ser reescrito como,

$$\frac{E_i - E_j}{\hbar} t = \frac{1}{2\hbar c} \Delta m_{ij}^2 \frac{L}{E} = 2.534 \frac{\Delta m_{ij}^2}{eV^2} \frac{L/m}{E/MeV}, \quad (3.53)$$

el termino de oscilación puede ser expresado como,

$$\sin^2\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E}\right) = \sin^2\left(\pi \frac{L}{L_0}\right), \quad L_0 = 4\pi\hbar c \frac{E}{\Delta m^2} = 2.48 \frac{E/MeV}{c/eV^2} m.$$

L_0 describe el periodo de un ciclo de oscilación completo, este se vuelve más grande a altas energías y más pequeño con Δm^2 . El ángulo 2θ , determina la amplitud de la oscilación.

3.3.2. Oscilaciones con tres sabores de neutrino.

Aplicando los resultados de las secciones anteriores, en la ausencia de los efectos con la materia, la probabilidad de cambio de sabor es,

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j=1}^3 \text{Re}(K_{\alpha\beta,ij}) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E}\right) \\ &\quad + 4 \sum_{i>j=1}^3 \text{Im}(K_{\alpha\beta,ij}) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E}\right) \cos^2\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E}\right), \end{aligned} \quad (3.54)$$

¹La violación de CP se manifiesta cuando la probabilidad de oscilación de $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$, es diferente de la probabilidad de oscilación del proceso conjugado de CP, $\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta$.

en donde $K_{\alpha\beta,ij} = U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}$. Entonces, la probabilidad para la transición $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ es,

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau) = 4|U_{33}|^2|U_{23}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{atm}^2 L}{4E} \right) = \sin^2(2\theta_{23}) \cos^4(\theta_{13}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{atm}^2 L}{4E} \right).$$

En donde se ha usado la representación (3.38) para la matriz U . Análogamente,

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = 4|U_{13}|^2|U_{23}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{atm}^2 L}{4E} \right) = \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2(\theta_{23}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{atm}^2 L}{4E} \right),$$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\tau) = 4|U_{33}|^2|U_{13}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{atm}^2 L}{4E} \right) = \sin^2(2\theta_{13}) \cos^2(\theta_{23}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{atm}^2 L}{4E} \right).$$

En donde además, se ha supuesto la siguiente gerarquía de masa

$$\Delta m_{12}^2 = \Delta m_{sol}^2 \ll \Delta m_{31}^2 \approx \Delta m_{32}^2 = \Delta m_{atm}^2, \quad \Delta m_{atm}^2 \simeq 10^{-3} eV^2.$$

3.4. Consideraciones experimentales

La búsqueda de oscilaciones del neutrino puede presentarse de dos maneras: en modo aparición o desaparición. En el segundo caso, se explora si menos del número esperado de neutrinos del sabor inicial llegan al detector o, si la forma del espectro cambia si se observa a distintas distancias desde la fuente, este método no es capaz de determinar el nuevo sabor del neutrino. Un experimento de aparición, busca los posibles nuevos sabores que no existen en el haz original o incrementa el número de neutrinos con el sabor inicial. La identificación de los diferentes sabores se realiza en la detección del correspondiente leptón cargado, producido en las interacciones de corriente cargada

$$\nu_\ell + N \rightarrow \ell^- + X, \quad \ell = e, \mu, \tau. \quad (3.55)$$

X denota el estado hadrónico final. Las fuentes más importantes en la búsqueda de oscilaciones de neutrinos son: Plantas nucleares ($\bar{\nu}_e$), aceleradores ($\nu_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu$), la atmósfera ($\nu_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu$) y el sol (ν_e). Además hay tres casos a considerar

- $L/E \ll 4/\Delta m^2$ (o equivalentemente $L \ll L_0$). El detector está muy cerca de la fuente y la oscilación no tiene tiempo para desarrollarse.

- $L/E \gtrsim 4/\Delta m^2$. Esta es una condición necesaria para observar oscilaciones y también es la región más sensible a su detección.
- $L/E \gg 4/\Delta m^2$. En este caso varias oscilaciones ocurren entre la fuente y el detector. Normalmente los experimentos miden la razón L/E , pero a grandes distancias este cociente no es fácil de medir con buena resolución, por lo que, el patrón de oscilación no es fácil de resolver y se mide una probabilidad de transición promedio.

La sensibilidad de los experimentos de oscilaciones de neutrino se ve afectada si L no está bien definida, como ocurre en el caso de fuentes extendidas como el sol o la atmosfera. También puede ocurrir que la energía E no pueda ser medida en el detector o que no este bien definida, como en el caso de fuentes que no emiten con energía fija, mas bien lo hacen en un espectro de energía. Finalmente, en algunos experimentos no se puede variar la distancia L o la energía E , como en el caso del sol, por lo tanto la región explorada para Δm^2 está restringida por naturaleza.

Los reactores nucleares son las fuentes terrestres más energeticas de anti-neutrinos. Los antineutrinos producidos vienen del decaimiento beta de productos ricos en neutrones inestables de ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu y ^{241}Pu . Los experimentos de reactor, son experimentos de desaparición que buscan $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_X$, puesto que la energía esta muy por debajo del umbral de producción de μ o τ . La reacción de detección más usada es

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n, \quad (3.56)$$

con una energía umbral de $1.806MeV$. La energía del $\bar{\nu}_e$ se puede obtener de la medición del espectro de energía,

$$E_{\bar{\nu}_e} = E_{e^+} + m_n - m_p = E_{e^+} + 1.293MeV = T_{e^+} + 1.806MeV, \quad (3.57)$$

en donde T_{e^+} es la energía cinetica del positrón y se ha despreciado la pequeña energía de retroceso del neutron ($\sim 20KeV$).

Con los aceleradores se pueden realizar búsquedas por aparición como por desaparición. Los experimentos de base larga ($L \gg 100Km$) son capaces de extender la búsqueda por debajo de las regiones Δm^2 .

3.4.1. Experimento MiniBooNe

Este experimento consiste de un tanque, aproximadamente cilindrico, de 8.3m de longitud y 5.7 m de diametro. El haz de

3.5. Ancho de decaimiento del Z

Capítulo 4

Materia oscura ultraligera y la masa del neutrino estéril.

4.1. El sector estéril.

Una de las soluciones más aceptadas sobre el exceso de eventos tipo electrón observado en los experimentos de oscilación de neutrinos, es la existencia de un nuevo neutrino. De acuerdo a las observaciones experimentales, el nuevo neutrino debe ser una partícula masiva ($m \sim 1eV$) y pertenecer a un sector que no interactúa con el resto del Modelo Estándar, es decir, pertenece a un sector estéril. Entonces, aprovechando los mecanismos de generación de masa para el neutrino estéril, se postulará un candidato a materia oscura como campo escalar ultraligero. Para ello, considere la siguiente extensión al grupo de norma del Modelo Estándar (2.1),

$$G' = SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_s, \quad (4.1)$$

en donde, $U(1)_s$ es un grupo de transformaciones de fase globales al que llamaremos grupo de simetría estéril. Esta extensión, introduce un nuevo número cuántico al Modelo Estándar de Física de Partículas, al que denominaremos *carga estéril* y será denotada por q_s . También introducimos un nuevo sector al Lagrangiano (2.3), al que podemos reescribir de la siguiente manera

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_{Yuk} + \mathcal{L}_s, \quad (4.2)$$

el subíndice s denota al sector estéril. Sea ν_s el neutrino estéril y σ un campo escalar complejo, elegimos a $q_{\nu_s} = 1$ y $q_\sigma = -2$. También suponemos que todos los campos del Modelo Estándar de Física de Partículas, descrito en el

capítulo 2 de este trabajo, se transforman con $q_s = 0$. Entonces, la densidad Lagrangian más simple, invariante bajo el grupo $U(1)_s$ que se puede construir con los campos ν_s y σ , suponiendo que ν_s es un neutrino de Majorana es:

$$\mathcal{L}_s = \bar{\nu}_s i \not{\partial} \nu_s + (\partial_\mu \sigma)^* (\partial^\mu \sigma) + g_s (\sigma \bar{\nu}_s \nu_s^c + \sigma^* \bar{\nu}_s^c \nu_s) - V(\sigma) + \sum_{n=1} c_n \mathcal{O}_n \left(\frac{1}{\Lambda} \right)^{\dim(\mathcal{O}_n) - 4}. \quad (4.3)$$

En la tabla 4.1 se muestran los valores de los números cuánticos que caracterizan a los campos que aparecen en el Lagrangiano (4.3).

Campo	q_s	T_L^3	Y	Q
ν_s	1	0	0	0
$\bar{\nu}_s$	-1	0	0	0
ν_s^c	-1	0	0	0
$\bar{\nu}_s^c$	1	0	0	0
σ	-2	0	0	0
σ^*	2	0	0	0

Cuadro 4.1: Números cuánticos de las partículas del sector estéril.

En el lagrangiano (4.3) ν_s denota al neutrino estéril y σ es un campo escalar complejo, que desempeña el papel de bosón de Higgs para el sector estéril. g_s es la constante de acoplamiento de Yukawa entre el campo fermiónico ν_s y el campo escalar σ . El término $V(\sigma)$ es un potencial que se ha introducido para dotar de masa al neutrino estéril, ya que debido a los requerimientos de invariancia del lagrangiano \mathcal{L}_s bajo el grupo G' , los términos de masa para el neutrino estéril no están permitidos a priori. Entonces, dado que el potencial más sencillo que permite dotar de masa a los fermiones del Modelo Estándar es el potencial de Higgs, hemos elegido el mismo potencial para generar la masa en el sector estéril, esto es

$$V(\sigma) = -m^2 \sigma^* \sigma + \lambda (\sigma^* \sigma)^2. \quad (4.4)$$

El término

$$\mathcal{L}_{eff} = \sum_{n=1} c_n \mathcal{O}_n \left(\frac{1}{\Lambda} \right)^{\dim(\mathcal{O}_n) - 4} \quad (4.5)$$

es un lagrangiano de interacción efectiva, en donde c_n son constantes de acoplamiento adimensionales, los \mathcal{O}_n son operadores invariantes bajo las transformaciones del grupo $U(1)_s$, que contienen a los campos ν_s y σ . Λ es

una escala de energía usualmente llamada *escala de nueva física*, la teoría será válida siempre que, la energía de las interacciones se mantenga por debajo de la escala Λ .

Con la finalidad de generar la masa ultraligera de nuestro candidato a materia oscura, proponemos un operador efectivo con autointeracciones del campo σ de dimensión seis

$$\mathcal{L}_{eff} = \frac{|\sigma|^4 \sigma^2}{M_p^2} \equiv V(\mathcal{O}^6), \quad (4.6)$$

en donde $\Lambda = M_p = 1.222 \times 10^{19} GeV$ es la masa de Planck, esta escala de energía, permite introducir los efectos de la gravedad a nuestra teoría. Hemos supuesto que $c_5 \simeq 0$ y $c_6 \simeq 1$, por lo que los operadores de dimensión cinco son terminos despreciables en el Lagrangiano \mathcal{L}_{eff} y considerando que los acoplamientos de Yukawa de los operadores con dimensiones mayores a seis, están muy suprimidos por las potencias de la masa de Planck, solo el operador de dimensión seis $V(\mathcal{O}^6)$ contribuye a los calculos futuros.

4.2. Rompimiento espontáneo de la simetría.

Para obtener el valor de expectación del vacío estéril $\langle 0|\sigma|0\rangle \equiv \langle \sigma \rangle_0$, minimizamos el potencial $V(\sigma)$ con $m^2 > 0$ y $\lambda > 0$, entonces

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \sigma} = -m^2 \sigma^* + 2\lambda (\sigma^* \sigma) \sigma^* = 0 &\Rightarrow (-m^2 + 2\lambda \sigma^* \sigma) \sigma^* = 0 \\ &\Rightarrow |\sigma|^2 = \frac{m^2}{2\lambda} \equiv v^2 \end{aligned} \quad (4.7)$$

esto es $\langle \sigma \rangle_0 = v$. Redefiniendo al campo σ como,

$$\sigma = v + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2), \quad (4.8)$$

en donde ϕ_1 y ϕ_2 son campos escalares reales y $\langle 0|\phi_1|0\rangle = \langle 0|\phi_2|0\rangle = 0$. Introduciendo esta parametrización en la densidad lagrangiana (4.3), tenemos los siguientes terminos

$$\begin{aligned} (\partial_\mu \sigma)^* (\partial^\mu \sigma) &= \left[\partial_\mu \left(v + \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \right) \right]^* \left[\partial^\mu \left(v + \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_1 + i\partial_\mu \phi_2)^* (\partial^\mu \phi_1 + i\partial^\mu \phi_2) \\ &= \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_1) (\partial^\mu \phi_1) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_2) (\partial^\mu \phi_2). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Este resultado nos indica que, tras el rompimiento espontaneo de la simetría, la energía cinética del campo σ se divide en partes iguales a los campo ϕ_1 y ϕ_2 . Para la interacción de Yukawa tenemos,

$$\begin{aligned}\sigma \bar{\nu}_s \nu_s^c &= \left(v + \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \right) \bar{\nu}_s \nu_s^c = v \bar{\nu}_s \nu_s^c + \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_s \nu_s^c \\ \sigma^* \bar{\nu}_s^c \nu_s &= \left(v + \frac{\phi_1 - i\phi_2}{\sqrt{2}} \right) \bar{\nu}_s^c \nu_s = v \bar{\nu}_s^c \nu_s + \frac{\phi_1 - i\phi_2}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_s^c \nu_s.\end{aligned}\quad (4.10)$$

Sustituyendo (4.8) y $m^2 = 2\lambda v^2$ de la ecuación (4.7) en el potencial de Higgs, se obtiene

$$\begin{aligned}V(\sigma) &= |\sigma|^2 (-m^2 + \lambda|\sigma|^2) \\ &= \left[\left(v + \frac{\phi_1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{\phi_2^2}{2} \right] \left[-2\lambda v^2 + \lambda \left(v + \frac{\phi_1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \lambda \frac{\phi_2^2}{2} \right] \\ &= -\lambda v^4 + 2\lambda v^2 \phi_1^2 + \frac{2}{\sqrt{2}} \lambda v (\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{\lambda}{4} (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2.\end{aligned}\quad (4.11)$$

Finalmente, sustituyendo la parametrización (4.8) en el potencial $V(\mathcal{O}^6)$ obtenemos,

$$\begin{aligned}V(\mathcal{O}^6) &= \frac{c_6}{M_p^2} \left[\left(v + \frac{\phi_1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{\phi_2^2}{2} \right]^2 \left(v + \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \right)^2 \\ &= \frac{1}{M_p^2} \left[v^6 + \frac{6}{\sqrt{2}} v^5 \phi_1 + i \frac{2}{\sqrt{2}} v^5 \phi_2 + \frac{v^4}{2} (15\phi_1^2 + \phi_2^2) + iv^4 (5\phi_1 \phi_2) \right. \\ &\quad + \frac{2}{\sqrt{2}} v^3 (5\phi_1^3 + \phi_1 \phi_2^2) + i \frac{2}{\sqrt{2}} v^3 (5\phi_1^2 \phi_2 + \phi_2^3) + \frac{v^2}{4} (15\phi_1^4 + 6\phi_1^2 \phi_2^2 - \phi_2^4) \\ &\quad + iv^2 (5\phi_1^3 \phi_2 + 3\phi_1 \phi_2^3) + \frac{v}{2\sqrt{2}} (3\phi_1^5 + 2\phi_1^3 \phi_2^2 - \phi_1 \phi_2^4) \\ &\quad \left. + i \frac{v}{2\sqrt{2}} (5\phi_1^4 \phi_2 + 6\phi_1^2 \phi_2^3 + \phi_2^5) + \left(\frac{\phi_1^2 + \phi_2^2}{2} \right)^2 \left(\frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \right)^2 \right].\end{aligned}\quad (4.12)$$

Por lo tanto, la densidad Lagrangiana del sector estéril, tras el rompimiento espontaneo de la simetría tiene la siguiente forma,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_s &= \bar{\nu}_s i \not{\partial} \nu_s + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_1) (\partial^\mu \phi_1) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_2) (\partial^\mu \phi_2) \\ &\quad + g_s \left[v (\bar{\nu}_s \nu_s^c + \bar{\nu}_s^c \nu_s) + \frac{\phi_1}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_s \nu_s^c + \bar{\nu}_s^c \nu_s) + \frac{i\phi_2}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_s \nu_s^c - \bar{\nu}_s^c \nu_s) \right] \\ &\quad + \lambda v^4 - 2\lambda v^2 \phi_1^2 - \frac{2}{\sqrt{2}} \lambda v (\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{\lambda}{4} (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 - V(\mathcal{O}^6).\end{aligned}\quad (4.13)$$

Los tres primeros sumandos en la expresión anterior corresponden a la energía cinética. El factor $g_s v (\bar{\nu}_s \nu_s^c + \bar{\nu}_s^c \nu_s)$ representa el término de masa de Majorana del neutrino estéril, por lo que $m_{\nu_s}^2 = g_s v$. Otro de los sumandos relevantes de la ecuación anterior, es el término de masa del campo ϕ_1 , dado por la expresión $2\lambda v^2 \phi_1^2$, que implica que $m_{\phi_1}^2 = 2\lambda v^2$, por lo que el campo ϕ_1 es bosón de Higgs del sector estéril. Por otro lado, de la ecuación (4.12), obtenemos el término

$$\frac{1}{M_p^2} \frac{v^4}{2} \phi_2^2 \quad \Rightarrow \quad m_{\phi_2}^2 = \frac{v^4}{2M_p^2}. \quad (4.14)$$

Este es resultado de mayor interés para los objetivos del presente trabajo, pues proponemos al campo ϕ_2 como el candidato a materia oscura escalar ultraligera. La masa que buscamos para la materia oscura ultraligera como campo escalar, es del orden de $10^{-22} eV$, por lo que podemos estimar el valor de expectación del vacío estéril aplicando la ecuación (4.14),

$$v \simeq \sqrt{M_p m_{\phi_2}} \simeq \sqrt{(1.222 \times 10^{28} eV)(10^{-22} eV)} \sim 10^3 eV. \quad (4.15)$$

Ahora, usando la aproximación $v \simeq 10^3 eV$ y el término de masa para el neutrino estéril, en donde se usará el estimado $m_{\nu_s} \simeq 1 eV$ proporcionado por los experimentos de oscilación de neutrinos, tenemos lo siguiente

$$m_{\nu_s}^2 = g_s v \quad \Rightarrow \quad g_s = \frac{m_{\nu_s}^2}{v} \simeq \frac{(1 eV)^2}{10^3 eV} \simeq 10^{-3} eV. \quad (4.16)$$

Finalmente, para asegurarnos de que el neutrino estéril que hemos propuesto para explicar el exceso de eventos tipo electrón en los experimentos de oscilación de neutrinos, no contribuya a la materia oscura caliente, que como se menciona en el primer capítulo de este trabajo presenta problemas en la predicción de formación de estructura del Universo, es importante determinar el tiempo de vida de esta partícula. Para ello aprovechamos el término de interacción que surge en el Lagrangiano \mathcal{L}_s después del rompimiento espontáneo de la simetría, a saber

$$\mathcal{L}_{int} = g_s \frac{\phi_1}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_s^c \nu_s. \quad (4.17)$$

Además, dado que en las interacciones conocidas para el neutrino solo se presenta el neutrino de quiralidad izquierda, consideraremos solo esta proyección en los cálculos siguientes, es decir

$$\nu_s \quad \longrightarrow \quad P_L \nu_s \equiv \nu_{sL}. \quad (4.18)$$

Además aplicando las propiedades (3.13) y (3.20), se tiene que

$$\overline{\nu_{sL}} = \overline{P_L \nu_s} = \bar{\nu}_s P_R \quad \Rightarrow \quad \bar{\nu}_s^c \longrightarrow (\overline{\nu_{sL}})^c = (\bar{\nu}_s P_R)^c = \bar{\nu}_s^c P_L. \quad (4.19)$$

Sustituyendo este resultado en la Lagrangiana de interacción (4.17), obtenemos lo siguiente

$$\mathcal{L}_{int} = g_s \frac{\phi_1}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_s^c P_L^2 \nu_s = g_s \frac{\phi_1}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_s^c P_L \nu_s \quad (4.20)$$

por lo que,

$$\mathcal{H}_{int} = -g_s \frac{\phi_1}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_s^c P_L \nu_s. \quad (4.21)$$

Entonces, la amplitud de transición entre el estado final $|f\rangle$ y el estado inicial $|i\rangle$ del sistema es,

$$m = \langle f | \mathcal{H}_{int} | i \rangle = -\frac{g_s}{\sqrt{2}} \langle p_2 p_3 | \bar{\nu}_s^c P_L \nu_s | 0 \rangle \langle 0 | \phi_1 | p_1 \rangle \quad (4.22)$$

en la última expresión de la ecuación anterior, los estados inicial y final se han escrito en la base de momentos del neutrino, en donde p_2 y p_3 representan los trimomentos finales de los campos ν_s y $\bar{\nu}_s^c$ respectivamente. p_1 representa el trimomento inicial del campo ϕ_1 en la base de momentos del campo escalar. $|0\rangle$ representa el estado base del sistema, es decir, el estado de mínima energía. Puesto que el sistema no transita por estados intermedios, la amplitud (4.22) solo contiene al estado base del sistema. El diagrama de Feynman de la interacción (4.21) se muestra en la figura [insertar imagen](#).

En términos de los operadores de escalera a y a^\dagger , los estados de momento del campo escalar se pueden escribir como

$$|p\rangle = a_p^\dagger |0\rangle, \quad \text{con} \quad a|0\rangle = 0, \quad \langle 0|a^\dagger = 0 \quad \text{y} \quad \langle 0|0\rangle = 1. \quad (4.23)$$

Los operadores de escalera satisfacen la siguiente regla de conmutación

$$[a_p, a_{p'}^\dagger] = 2E_p (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}'). \quad (4.24)$$

Además,

$$\phi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_p} \left(a_p e^{-ip \cdot x} + a_p^\dagger e^{ip \cdot x} \right). \quad (4.25)$$

Entonces

$$\begin{aligned}
\langle 0|\phi_1|p_1\rangle &= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_p} \left[\langle 0|a_p e^{-ip\cdot x} + \langle 0|a_p^\dagger e^{ip\cdot x} \right] a_{p_1}^\dagger |0\rangle \\
&= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{e^{-ip\cdot x}}{2E_p} \langle 0|a_p a_{p_1}^\dagger |0\rangle \\
&= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{e^{-ip\cdot x}}{2E_p} \left[2E_p (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}_1) \langle 0|0\rangle + \langle 0|a_{p_1}^\dagger a_p |0\rangle \right] \\
&= e^{-ip_1\cdot x}
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Por otro lado, para la parte fermionica tenemos lo siguiente

$$|p, s; p', s'\rangle = a^\dagger(p, s) a^\dagger(p', s') |0\rangle, \quad a|0\rangle = 0 \quad \text{y} \quad \langle 0|0\rangle = 1. \tag{4.27}$$

Los operadores de escalera obedecen la siguiente regla de anticonmutación

$$\left\{ a^\dagger(p, s), a^\dagger(p', s') \right\} = 2E_p (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}') \delta_{ss'}. \tag{4.28}$$

Los campos fermionicos ν y $\bar{\nu}^c$ son,

$$\begin{aligned}
\nu &= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_p} \sum_s \left[u(p, s) a(p, s) e^{-ip\cdot x} + v(p, s) a^\dagger(p, s) e^{ip\cdot x} \right] \\
\bar{\nu}^c &= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_p} \sum_s \left[e^{ip\cdot x} a^\dagger(p, s) \bar{u}(p, s) + e^{-ip\cdot x} a(p, s) \bar{v}(p, s) \right].
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Entonces,

$$\begin{aligned}
\nu|0\rangle &= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_p} \sum_s \left[u(p, s) a(p, s) e^{-ip\cdot x} + v(p, s) a^\dagger(p, s) e^{ip\cdot x} \right] |0\rangle \\
&= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{e^{ip\cdot x}}{2E_p} \sum_s v(p, s) a^\dagger(p, s) |0\rangle.
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Aplicando la regla de anticonmutación reiteradas veces, se obtiene lo siguiente

$$\begin{aligned}
\langle p_2 p_3 | \bar{\nu}^c &= \langle 0 | a(p_2, s_2) a(p_3, s_3) \bar{\nu}^c \\
&= \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_{p'}} \sum_{s'} \langle 0 | \left[e^{ip' \cdot x} a(p_2, s_2) a(p_3, s_3) a^\dagger(p', s') \bar{u}(p', s') \right. \\
&\quad \left. + e^{-ip' \cdot x} a(p_2, s_2) a(p_3, s_3) a(p', s') \bar{v}(p', s') \right] \\
&= e^{ip_3 \cdot x} \langle 0 | a(p_2, s_2) \bar{u}(p_3, s_3) - e^{ip_2 \cdot x} \langle 0 | a(p_3, s_3) \bar{u}(p_2, s_2) \\
&\quad + \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \frac{e^{-ip' \cdot x}}{2E_{p'}} \sum_{s'} \langle 0 | a(p_2, s_2) a(p_3, s_3) a(p', s') \bar{v}(p', s') \rangle.
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Entonces, aplicando los resultados (4.30) y (4.31) más la condición de anti-conmutación, obtenemos lo siguiente

$$\begin{aligned}
\langle p_2 p_3 | \bar{\nu}_s^c P_L \nu_s | 0 \rangle \langle 0 | \phi_1 | p_1 \rangle &= \\
&\int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{e^{ip \cdot x}}{2E_p} \sum_s \left[e^{ip_3 \cdot x} \langle 0 | a(p_2, s_2) \bar{u}(p_3, s_3) P_L v(p, s) a^\dagger(p, s) | 0 \rangle \right. \\
&\quad \left. - e^{ip_2 \cdot x} \langle 0 | a(p_3, s_3) \bar{u}(p_2, s_2) P_L v(p, s) a^\dagger(p, s) | 0 \rangle \right. \\
&\quad \left. + \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \frac{e^{-ip' \cdot x}}{2E_{p'}} \sum_{s'} \langle 0 | a(p_2, s_2) a(p_3, s_3) a(p', s') \bar{v}(p', s') P_L v(p, s) a^\dagger(p, s) | 0 \rangle \right] \\
&= e^{ip_2 \cdot x} e^{ip_3 \cdot x} [\bar{u}(p_3, s_3) P_L v(p_2, s_2) - \bar{u}(p_2, s_2) P_L v(p_3, s_3)].
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Por lo tanto

$$m = -\frac{g_s}{\sqrt{2}} e^{-ip_1 \cdot x} e^{ip_2 \cdot x} e^{ip_3 \cdot x} [\bar{u}(p_3, s_3) P_L v(p_2, s_2) - \bar{u}(p_2, s_2) P_L v(p_3, s_3)]. \tag{4.33}$$

Para calcular el tiempo de vida de la partícula ν_s , necesitamos el modulo cuadrado de la amplitud m , así que usando la ecuación anterior y el que $\gamma_0^2 = I$, se obtiene lo siguiente

$$\begin{aligned}
|m|^2 &= \frac{g_s^2}{2} [\bar{u}(p_3, s_3)P_L v(p_2, s_2) - \bar{u}(p_2, s_2)P_L v(p_3, s_3)]^\dagger \\
&\quad [\bar{u}(p_3, s_3)P_L v(p_2, s_2) - \bar{u}(p_2, s_2)P_L v(p_3, s_3)] \\
&= \frac{g_s^2}{2} [\bar{v}(p_2, s_2)P_R u(p_3, s_3)\bar{u}(p_3, s_3)P_L v(p_2, s_2) \\
&\quad - \bar{v}(p_3, s_3)P_R u(p_2, s_2)\bar{u}(p_3, s_3)P_L v(p_2, s_2) \\
&\quad - \bar{v}(p_2, s_2)P_R u(p_3, s_3)\bar{u}(p_2, s_2)P_L v(p_3, s_3) \\
&\quad + \bar{v}(p_3, s_3)P_R u(p_2, s_2)\bar{u}(p_2, s_2)P_L v(p_3, s_3)] \tag{4.34}
\end{aligned}$$

Acontinuación, aplicando las condiciones de ortogonalidad de los espinores u y v , a saber

$$\begin{aligned}
\bar{u}(p, s)u(p, s') &= -\bar{v}(p, s)v(p, s') = 2m\delta_{ss'} \\
\bar{u}(p, s)v(p, s') &= \bar{v}(p, s)u(p, s') = 0 \\
u^\dagger(p, s)u(p, s') &= v^\dagger(p, s)v(p, s') = 2E_p\delta_{ss'}. \tag{4.35}
\end{aligned}$$

Ahora, considerando que $p_2 \neq p_3$ que incluye el caso $\vec{p}_2 = -\vec{p}_3$, los productos $u(p_2, s_2)\bar{u}(p_3, s_3) = u(p_3, s_3)\bar{u}(p_2, s_2) = 0$, por lo que la amplitud de transición tiene la forma,

$$\begin{aligned}
|m|^2 &= \frac{g_s^2}{2} [\bar{v}(p_2, s_2)P_R u(p_3, s_3)\bar{u}(p_3, s_3)P_L v(p_2, s_2) \\
&\quad + \bar{v}(p_3, s_3)P_R u(p_2, s_2)\bar{u}(p_2, s_2)P_L v(p_3, s_3),] \tag{4.36}
\end{aligned}$$

ya que el estado final del sistema no depende de la polarización de los campos, se realiza un promedio sobre los estados finales de espín en la amplitud de transición. Además, se aplican las siguientes relaciones de completos,

$$\begin{aligned}
\sum_s u(s, p)\bar{u}(s, p) &= \not{p} + m \\
\sum_s v(s, p)\bar{v}(s, p) &= \not{p} - m. \tag{4.37}
\end{aligned}$$

m es la masa de la partícula del estado final y p su cuádrimomento. Sea

$$\begin{aligned}
M &= \frac{1}{4} \sum_{s_2, s_3} |m|^2 \\
&= \frac{1}{4} \frac{g_s^2}{2} \left\{ \sum_{s_2} \bar{v}(p_2, s_2) P_R \sum_{s_3} [u(p_3, s_3) \bar{u}(p_3, s_3)] P_L v(p_2, s_2) \right. \\
&\quad \left. + \sum_{s_3} \bar{v}(p_3, s_3) P_R \sum_{s_2} [u(p_2, s_2) \bar{u}(p_2, s_2)] P_L v(p_3, s_3) \right\} \\
&= \frac{g_s^2}{8} \left\{ \sum_{s_2} \bar{v}(p_2, s_2) P_R (\not{p}_3 + m_3) P_L v(p_2, s_2) \right. \\
&\quad \left. + \sum_{s_3} \bar{v}(p_3, s_3) P_R (\not{p}_2 + m_2) P_L v(p_3, s_3) \right\} \\
&= \frac{g_s^2}{8} \left\{ \text{tr} [(\not{p}_2 - m_2) P_R (\not{p}_3 + m_3) P_L] + \text{tr} [(\not{p}_3 - m_3) P_R (\not{p}_2 + m_2) P_L] \right\} \\
&= \frac{g_s^2}{8} [2p_2 \cdot p_3 + 2p_3 \cdot p_2] = \frac{g_s^2}{8} 4p_2 \cdot p_3,
\end{aligned} \tag{4.38}$$

en resumen,

$$M = \frac{g_s^2}{2} p_2 \cdot p_3. \tag{4.39}$$

Sabemos que el ancho de decaimiento, esta descrito por la siguiente expresión

$$d\Gamma = \frac{1}{2m_A} \left(\prod_f \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f} \right) |M(m_A \rightarrow p_f)|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_A - \sum p_f), \tag{4.40}$$

aplicando esto al proceso $\phi_1 \rightarrow \bar{\nu}^c \nu$, se obtiene lo siguiente

$$d\Gamma(\phi_1 \rightarrow \bar{\nu}^c \nu) = \frac{1}{2m_{\phi_1}} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_2} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_3} \left(\frac{g_s^2}{2} p_2 \cdot p_3 \right) (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 - p_2 - p_3). \tag{4.41}$$

En el sistema de referencia centro de masa (CM), ϕ_1 decae en reposo, entonces por conservación del cuádrimomento

$$E_1 = m_1, \quad E_1 = E_2 + E_3, \quad \vec{p}_2 = -\vec{p}_3 \quad \Rightarrow \quad p_2 \cdot p_3 = \frac{m_1^2 - (m_2^2 + m_3^2)}{2}$$

en donde m_1 representa la masa del campo escalar ϕ_1 , m_2 y m_3 son las masas del ν_s y $\bar{\nu}_s^c$ respectivamente, por lo que $m_2 = m_3 = m_{\nu_s}$. Sustituyendo estos resultados en (4.41), tenemos

$$d\Gamma = \frac{g_s^2}{8m_1} (m_{\phi_1}^2 - 2m_{\nu_s}^2) \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3} \frac{1}{4E_2E_3} (2\pi)^4 \delta(E_1 - m_1) \delta(\vec{p}_2 + \vec{p}_3). \quad (4.42)$$

Integrando esta expresión, finalmente obtenemos

$$\Gamma = \frac{g_s^2}{16\pi} m_{\phi_1} \left(1 - 2 \frac{m_{\nu_s}^2}{m_{\phi_1}^2} \right) \sqrt{1 - 4 \frac{m_{\nu_s}^2}{m_{\phi_1}^2}}, \quad (4.43)$$

aplicando el resultado (4.16), a saber $g_s = m_{\nu_s}/v$, suponiendo que $m_{\phi_1} \simeq 10^2 eV$ y considerando la aproximación

$$\frac{m_{\nu_s}^2}{m_{\phi_1}^2} \simeq \left(\frac{1eV}{10^2 eV} \right)^2 = 10^{-4} \ll 1, \quad (4.44)$$

podemos reescribir la ecuación (4.43) como sigue,

$$\Gamma \simeq \frac{m_{\nu_s}^2 m_{\phi_1}}{16\pi v^2} \simeq 2m_{\phi_1} \times 10^{-8} eV \simeq 2 \times 10^{-6} eV \quad (4.45)$$

entonces,

$$\Gamma \simeq 2 \times 10^{-6} eV \left(\frac{1,51 \times 10^{24} GeV^{-1}}{1s} \right) \simeq 3.04 \times 10^{18} \frac{eV}{GeV} s^{-1} \simeq 3 \times 10^9 s^{-1} = \frac{1}{\tau},$$

en donde τ es el tiempo de vida de la partícula ν_s . Entonces $\tau \simeq 3 \times 10^{-10} s$. Este tiempo indica que ϕ_1 no decae tan pronto en ν_s , por lo que ν_s no contribuye a los efectos de la materia oscura caliente.

4.3. Análisis de resultados.

Los candidatos más populares a ser la materia oscura del Universo han sido descartados por las observaciones experimentales. Por ejemplo, el candidato supersimétrico ha sido extremadamente restringido por el detector LUX y recientemente el axi3n parece estar en tensi3n con los resultados de BICEP2.

El paradigma de la evoluci3n del Universo esta basado en la teor3a de la relatividad general y el modelo est3andar de f3sica de part3culas, sin embargo

el descubrimiento de que el Universo está lleno en más del 95 %, por dos tipos de materia desconocidos, pone a estas dos teorías en tensión. No hay duda de que necesitamos modificar o extender una o ambas teorías con el objetivo de explicar la existencia de la materia oscura y la energía oscura. La modificación a la teoría de la gravedad ya ha sido descartada por las observaciones de lensing gravitacional en el cluster bullet. Respecto al modelo estándar de física de partículas, podemos postular la existencia de interacciones extra, además de las interacciones fundamentales: fuerte, débil y electromagnética, todas ellas con bosones de espín uno y la interacción gravitacional de espín dos. En este trabajo, exploramos la idea de que la materia oscura es consecuencia de un nuevo tipo de interacción en el Universo y usamos el caso más simple, una interacción de espín cero. Esta extensión nos permite justificar la existencia de un candidato a materia oscura ultraligera que además está justificado por la anomalía encontrada en los experimentos de oscilación de neutrinos. Es importante mencionar que la materia oscura ultraligera es el candidato a DM que mejor se ajusta a las observaciones cosmológicas, pero aún no se encontraba fundamentado en el contexto del modelo estándar de física de partículas, este problema es justamente el que se solucionó a lo largo de esta tesis.

Apéndice A

Sistema de unidades

A.1. Unidades Naturales

En el sistema internacional de unidades, tenemos los siguiente valores para la constante de Planck reducida $\hbar = h/2\pi$, la velocidad de la luz c y la carga eléctrica del electrón e ,

$$\begin{aligned}\hbar &= 1.0545 \times 10^{-34} \text{ Js} \\ c &= 299792458 \text{ m/s} \\ e &= 1.602 \times 10^{-19} \text{ C},\end{aligned}\tag{A.1}$$

sin embargo la física no está contenida en estos números que dependen del sistema de unidades elegido, por lo que es conveniente tomar $\hbar = 1$ y $c = 1$, a esta elección del valor de las constantes se le llama sistema de unidades naturales. Su uso es muy conveniente en física de partículas, dado que permite la simplificación de muchas ecuaciones.

Las tres cantidades fundamentales en el sistema de unidades naturales son la energía, la acción y velocidad. La energía es medida en eV , la acción en unidades de \hbar y la velocidad en términos de la velocidad de la luz c .

Dado que, la relación entre la energía y la frecuencia de una onda es $E = \hbar\omega$, tomando $\hbar = 1$, la energía puede ser medida en unidades de tiempo inverso o medir el tiempo en unidades de energía inversa. Similarmente, la relación entre la energía promedio de una partícula y la temperatura en un baño térmico es $E \sim K_B T$, donde T es la temperatura y K_B la constante de Boltzmann, cuyo valor numérico depende del sistema de unidades elegido, por lo tanto es conveniente elegir $K_B = 1$. Entonces tenemos que la temperatura puede ser medida en unidades de energía.

Eventualmente podemos encontrar relaciones entre la energía y cantidades físicas dimensionales, que nos permitan escribir cualquier cantidad en unidades de energía o sus potencias. Algunas cantidades dimensionales, en unidades naturales, están relacionadas con la energía de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} [\text{masa}] &= E \\ [\text{distancia}] &= 1/E \\ [\text{tiempo}] &= 1/E \\ [\text{temperatura}] &= E \end{aligned} \tag{A.2}$$

Por otro lado, tenemos los siguientes valores de conversión de unidades

$$\begin{aligned} \hbar &= 6.582 \times 10^{-25} \text{GeV} \cdot \text{s} \\ \hbar c &= 1.973 \times 10^{-14} \text{GeV} \cdot \text{cm} \\ \Rightarrow \frac{1}{\text{GeV}} &= 6.582 \times 10^{-25} \text{s} \end{aligned} \tag{A.3}$$

$$\frac{1}{\text{GeV}} = 1.973 \times 10^{-14} \text{cm}$$

De la constante gravitacional de Newton G_N , podemos obtener la masa de Planck M_P ,

$$M_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G_N}} = 1.222 \times 10^{19} \text{GeV} \tag{A.4}$$

En cosmología es muy común escribir $1/M_P^2$ en lugar de G_N .

A.2. Unidades Astronómicas

El sistema de unidades astronómicas fue desarrollado para su uso en Astronomía, debido a las dificultades en la medición y expresión de los datos astronómicos en el sistema internacional de unidades, pues se trataba con cifras muy grandes. En el sistema de unidades astronómico están definidas las unidades de longitud, masa y tiempo.

Tiempo. El tiempo suele medirse en segundos, días o años, cuyas abreviaciones son respectivamente s , D y a .

Masa. La masa solar, simbolizada por M_\odot es la unidad estándar para expresar la masa de los objetos astronómicos.

Longitud. La unidad astronómica de longitud, denotada por UA, es por definición la distancia media entre el planeta Tierra y el Sol.

La distancia también es medida en unidades de uso más o menos informal como el parsec que se simboliza por pc y equivale a la distancia a la que una UA subtende un ángulo de un segundo de arco. En la siguiente tabla se muestran los valores de las unidades astronómicas en el sistema internacional de unidades.

Nombre	Simbolo	Valor numérico
Unidad astronómica	UA	$149597870700m$
Masa solar	M_{\odot}	$2 \times 10^{33}g$
Año luz	año luz	$9.4608 \times 10^{12}Km$
Parsec	pc	$3.86 \times 10^{16}m$

Cuadro A.1: Unidades cosmológicas.

Apéndice B

Grupos de norma del Modelo Estándar

B.0.1. El grupo $SU(N)$

El grupo $SU(N)$, consiste de matrices complejas unitarias $U^\dagger = U^{-1}$ de dimensión $N \times N$, con determinante $\det U = 1$.

Un elemento genérico de $SU(N)$ puede ser escrito como

$$U(\omega) = \exp(i\omega_\alpha t^\alpha), \quad (\text{B.1})$$

con t^α un conjunto estándar de matrices complejas $N \times N$ y ω_α un parámetro. Antes de imponer la unitariedad y la condición $\det U = 1$, hay $2N^2$ elementos reales e independientes en t^α , pero la unitariedad requiere que t^α sea hermitiana eliminando la mitad de los parámetros. La condición de determinante uno requiere que todos los t^α sean de traza nula, eliminando una posibilidad más. Por lo tanto, hay $N^2 - 1$ elementos independientes t^α , los cuales deben ser elegidos de manera que sean ortogonales y que satisfagan la misma condición de normalización:

$$[t_\alpha, t_\beta] = if_{\alpha\beta}^\gamma t_\gamma. \quad (\text{B.2})$$

B.1. El grupo $SU(3)$

El grupo $SU(3)$ está compuesto por matrices unitarias con determinante uno. Cualquier matriz de $SU(3)$ puede ser escrita como,

$$U = \exp(iM) \quad (\text{B.3})$$

con M una matriz hermitiana 3×3 de traza nula. Por la discusión anterior, sabemos que hay ocho parámetros independientes que describen a M en (B.3) ($N^2 - 1 = 8$). Tales matrices, siempre pueden ser escritas en términos de una base estándar de matrices hermiticas sin traza,

$$U = \exp(i\omega_\alpha \lambda_\alpha / 2) \quad (\text{B.4})$$

con ω_α un parámetro y λ_α , $\alpha = 1, \dots, 8$ las matrices de Gell-Mann.

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & (\text{B.5}) \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Las matrices (B.5) son elegidas de manera que satisfacen

$$\text{tr}(\lambda_\alpha \lambda_\beta) = 2\delta_{\alpha\beta} \quad \alpha, \beta = 1, \dots, 8 \quad (\text{B.6})$$

y el álgebra de Lie del grupo,

$$\left[\frac{\lambda_\alpha}{2}, \frac{\lambda_\beta}{2} \right] = if_{\alpha\beta}^\gamma \frac{\lambda_\gamma}{2}. \quad (\text{B.7})$$

$f_{\alpha\beta}^\gamma$ son las constantes de estructura de $SU(3)$, las cuales son reales y anti-simétricas en los tres índices.

Cuando los generadores de $SU(3)_c$ actúan sobre las representaciones tri-dimensionales de $SU(3)$, se denotan por

$$T_\alpha = \frac{1}{2}\lambda_\alpha, \quad \alpha = 1, \dots, 8. \quad (\text{B.8})$$

B.2. El grupo $SU(2)$

En la notación usada para describir al Modelo Estándar de Física de Partículas, los generadores del grupo $SU(2)$ se denotan por

$$T_a = \frac{1}{2}\tau_a \quad (\text{B.9})$$

donde $a = 1, 2, 3$ y τ_a son las matrices de Pauli,

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.10})$$

Denotamos a las matrices (B.10) por τ_i cuando actúan sobre los índices de sabor de $SU(2)_L$ y por σ_i cuando actúan sobre índices espinoriales. Estas matrices satisfacen el álgebra de Lie (B.11)

$$\left[\frac{\tau_i}{2}, \frac{\tau_j}{2} \right] = i\epsilon_{ijk} \frac{\tau_k}{2} \quad (\text{B.11})$$

en donde ϵ_{ijk} son las constantes de estructura del grupo. Reescribiendo esta relación en términos de las T , se tiene

$$[T_i, T_j] = i\epsilon_{ijk} T_k. \quad (\text{B.12})$$

B.3. El grupo $U(1)_Y$

Los fermiones se transforman de la siguiente manera, bajo el grupo $U(1)_Y$,

$$\psi \longrightarrow \psi' = \exp [i\omega(x)Y]\psi. \quad (\text{B.13})$$

La transformación está especificada por el correspondiente eigenvalor del generador Y , la hipercarga débil. La normalización elegida para el generador de $U(1)$ es tal que,

$$Q = T_L^3 + \frac{1}{2}Y. \quad (\text{B.14})$$

donde Q es la carga eléctrica y T_L^3 es la tercera componente del isospín débil, es decir, el eigenvalor de T_3 (Ver B.9).

Bibliografía

- [1] C. Bambi & A. D. Dolgov. (2016). Introduction to Particle Cosmology The Standard Model of Cosmology and its Open Problems. Heidelberg, Berlin: Springer.
- [2] Planck Collaboration. (2018). Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. arXiv:1807.06209v1.
- [3] A. Friedmann. (1922). On the Curvature of Space. Zeitschrift für Physik 10, 377-386. Traducción al ingles por Bryan Doyle. <http://www.phy.princeton.edu/~steinh/ph563/friedmann.pdf>
- [4] G. Lemaitre. (1927). Un univers homogène de masse constante et de rayon croissant, rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques. Annales de la Société Scientifique de Bruxelles A47, 49-59. Traducción al ingles por Editorial Note en J. P. Luminet, Gen. Rel. Grav 45, 1619 (2013).
- [5] E. Hubble. (1929). A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae. National Academy of Sciences of the United States of America 15, 3, 168-173.
- [6] F. Zwicky. (1993). The Redshift of Extragalactic Nebulae. Helvetica Physica Acta 6, 110-127. Traducción al ingles por H. Andernach. arXiv:1711.01693v1.
- [7] S. Perlmutter, M. S. Turner & M. White. (1999). Constraining Dark Energy with Type Ia Supernovae and Large-Scale Structure. Phys. Rev. Lett. 83, 4, 670-673.
- [8] I. S. Hughes. (1991). Elementary particles. Gran Bretaña: Cambridge University Press.

- [9] B. Janssen. (2013). Teoría de la Relatividad General. Universidad de Granada. <http://www.ugr.es/~bjanssen/text/BertJanssen-RelatividadGeneral.pdf>
- [10] P. Hoyng. (2006). Relativistic Astrophysics and Cosmology. Países Bajos: Springer.
- [11] R. Sancisi & T. S. van Albada. (1987). Dark matter. IN: Observational cosmology. IAU Symposium, Beijing, Republic of China, Aug. 25-30 (A88-29629 11-90). Dordrecht, D. Reidel Publishing Co.
- [12] Colaboración EROS-2. (2008). Limits on the Macho Content of the Galactic Halo from the EROS-2 Survey of the Magellanic Clouds. arXiv:astro-ph/0607207v2.
- [13] J. F. Donoghue, E. Golowich & R. Holstein Barry. (1994). Dynamics of the Standard Model. New York, EU: Cambridge University Press.
- [14] C. Burgess & G. Moore. (2006). The Standard Model: A Primer. New York, EU: Cambridge University Press.
- [15] R. H. Lewis. (1996). Quantum Field Theory. Reino Unido: Cambridge University Press.
- [16] K. Zuber. (2012). Neutrino Physics. New York: CRC Press.
- [17] I. Rosas Flores. (2015). Análisis de los autoacoplamientos del bosón de Higgs en el ME-S(3) (Tesis de pregrado). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas.
- [18] S. J. Sin. (1994). Late-time phase transition and the galactic halo as a Bose liquid. Phys. Rev. D50, 3650.
- [19] J. W. Lee & I. Koh. (1996). Galactic halos as boson stars. Phys. Rev. D53, 2236.
- [20] F. S. Guzmán & T. Matos. (2000). Scalar fields as dark matter in spiral galaxies. Class. Quantum Grav. 17, L9-L16.
- [21] F. S. Guzmán, T. Matos & H. Villegas-Brena. (1999). Scalar fields as dark matter in spiral galaxies: comparison with experiments. Astron. Nachr. 320, 97–104.

- [22] C. Moreno González et al. (2014). Accelerated Cosmic Expansion: Fourth international meeting on gravitation and cosmology. Suiza: Springer International Publishing
- [23] W. Hu, R. Barkana & A. Gruzinov. (2000). Fuzzy Cold Dark Matter: The Wave Properties of Ultralight Particles. *Phys. Rev. Lett.* 85, 1158.
- [24] T. Matos & L. A. Ureña-López. (2001). Further analysis of a cosmological model with quintessence and scalar dark matter. *Phys. Rev. D* 63, 063506.
- [25] T. Harko. (2011). Cosmological dynamics of dark matter Bose-Einstein condensation. *Phys. Rev. D* 83, 123515.
- [26] J. W. Lee & S. Lim. (2010). Minimum mass of galaxies from BEC or scalar field dark matter. *JCAP* 1001, 007.
- [27] A. Suárez & T. Matos. (2011). Structure formation with scalar-field dark matter: the fluid approach. *MNRAS* 416, 87–93.
- [28] I. Rodríguez Montoya, J. Magaña, T. Matos & A. Perez Lorenzada. (2010). Ultra light bosonic dark matter and cosmic microwave background. *APJ* 721, 1509.
- [29] J. W. Lee, S. Lim & D. Choi. (2008). BEC dark matter can explain collisions of galaxy clusters. [arXiv:0805.3827](https://arxiv.org/abs/0805.3827)
- [30] V. Lora, J. Magaña, A. Bernal, F. J. Sánchez Salcedo & E. K. Grebel. (2012). On the mass of ultra-light bosonic dark matter from galactic dynamics. [arXiv:1110.2684v2](https://arxiv.org/abs/1110.2684v2)
- [31] T. Harko. (2011). Bose-Einstein condensation of dark matter solves the core/cusp problem. *JCAP* 1105, 022.
- [32] V. H. Robles & T. Matos. (2012). Flat central density profile and constant dark matter surface density in galaxies from scalar field dark matter. *MNRAS* 422, 282–289.
- [33] A. Klypin, A. V. Kravtsov & O. Valenzuela. (1999). Where are the missing galactic satellites?. *APJ* 522, 82.
- [34] A. P. Lundreg, M. Bondarescu, R. Bondarescu & J. Balakrishna. (2010). Lukewarm dark matter: Bose condensation of ultralight particles. *APJ* 715, L35.

- [35] T. Matos, A. Vázquez González & J. Magaña. (2009). ϕ^2 as dark matter. MNRAS 0393, 136.
- [36] A. Bernal, T. Matos & D. Núñez. (2008). Flat central density profiles from scalar field dark matter halos. Rev. Mex. A. A. 44, 149.
- [37] Y. Nambu. (1960). Quasi-Particles and Gauge Invariance in the Theory of Superconductivity. Phys. Rev. 117, 648.
- [38] P. W. Higgs. (1964). Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons. Phys. Rev. Lett. 13, 508.
- [39] M. Kobayashi & T. Maskawa. (1973). CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction. Prog. Theor. Phys. 49, 652-657.
- [40] N. Cabibbo. (1963). Unitary Symmetry and Leptonic Decays. Phys. Rev. Lett. 10, 531.
- [41] Particle Data Group. (2016). Review of particle Physics. Chinese Physics C40, 10, 100001.
- [42] C. Jarlskog. (1985). Commutator of the Quark Mass Matrices in the Standard Electroweak Model and a Measure of Maximal CP Nonconservation. Phys. Rev. Lett. 55, 1039.
- [43]
- [44]
- [45]
- [46]